

Siirtymä MAY1-kurssilta lyhyen tai pitkän matematiikan 2. kurssille lukiossa

Katariina Riiho

Helmikuu 2018

Pro gradu -tutkielma

Helsingin yliopisto

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Ohjaaja: Mika Koskenoja



HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

MATEMAATTIS-LUONNONTIEDELLINEN TIEDEKUNTA
MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA FAKULTETEN
FACULTY OF SCIENCE

Tiedekunta – Fakultet – Faculty Matemaattis-luonnontieteellinen		Koulutusohjelma – Utbildningsprogram – Degree programme Matematiikan aineenopettaja	
Tekijä – Författare – Author Katariina Riiho			
Työn nimi – Arbetets titel – Title Siirtymä MAY1-kurssilta lyhyen tai pitkän matematiikan 2. kurssille lukiossa			
Työn laji – Arbetets art – Level Pro gradu -tutkielma	Aika – Datum – Month and year Helmikuu 2018	Sivumäärä – Sidoantal – Number of pages 64	
<p>Tiivistelmä – Referat – Abstract</p> <p>Matematiikan opiskelu lukiossa on syksystä 2016 lähtien alkanut kaikille opiskelijoille yhteisellä MAY1 -kurssilla ja vasta sen jälkeen on jakauduttu valinnan mukaan opiskelemaan joko pitkää tai lyhyttä matematiikkaa. Tämän uudistuksen myötä opiskelijoiden päätös matematiikan oppimäärän laajuuden valinnasta on siirtynyt yläkoulusta lukion puolelle. Tutkimukseni keskipisteenä oli lukion matematiikan kahden ensimmäisen kurssin välinen siirtymä. Pohjustan varsinaista tutkimusosuutta esittelemällä aluksi tehtävien luokittelun taustalla olevien tehtävätyyppien määritelmät. Lisäksi pohdin aiemman tutkimuksen valossa syitä matematiikan oppimäärän laajuuden valintaan, sekä oppikirjan osuutta tässä valintaprosessissa. Tutkimukseni tarkoituksena oli selvittää, kuinka oppikirjat tukevat opiskelijoiden siirtymisprosessia MAY1 -kurssilta lukion matematiikan 2. kurssille ja miten näiden kurssien oppikirjat eroavat toisistaan.</p> <p>Aloitin tutkimusosuuden erittelemällä Lukion opetus suunnitelman perusteiden 2015 pohjalta, kuinka SanomaPron, Otavan ja Editan MAY1 -kurssin oppikirjat tukevat opiskelijan siirtymistä joko pitkään tai lyhyeen matematiikkaan. Lisäksi analysoin ja vertailin näiden kustantajien pitkän sekä lyhyen matematiikan 2. kurssin oppikirjoja. Vertailu pohjautuu oppikirjojen toisistaan poikkeaviin sisällöllisiin ja rakenteellisiin ominaisuuksiin, sekä niiden tehtävätyyppijakaumien eroihin. Luokittelin tehtävätyyppeihin oppikirjojen toisen asteen polynomifunktioita, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevät harjoitustehtävät. Lopuksi pohdin, ovatko matematiikan 2. kurssin oppikirjojen eroavaisuudet samankaltaisia kuin ne olivat MAY1 -kurssin kohdalla.</p> <p>Keskeisimpinä tuloksina havaitsin useamman askeleen tehtävien lisääntyneen MAY1 -kurssilta matematiikan 2. kurssille siirryttäessä kaikkien kustantajien erityisesti pitkän matematiikan oppikirjoissa. Suurin kustantajakohtainen muutos kurssien välillä tapahtui Otavan oppikirjoissa. Otavan sekä lyhyen että pitkän matematiikan 2. kurssin oppikirjoissa oli selkeästi suurempi prosentuaalinen osuus perinteisiä tehtäviä ja rutiinitehtäviä kuin sen MAY1 -kurssin oppikirjassa. Tehtävätyyppijakaumissa huomasin kurssien välillä muitakin muutoksia, mutta erot eivät olleet niin suuria. Pääosin kunkin kustantajan 2. kurssin oppikirjassa jatkettiin MAY1 -kurssilla aloitettua linjaa, mutta erot olivat tasoittuneet. Totesin myös kaikkien kustantajien MAY1 -kurssin oppikirjoissa olevan sekä pitkään että lyhyeen matematiikkaan siirtymistä tukevia ominaisuuksia, määrät toki vaihtelivat kustantajittain.</p>			
Avainsanat – Nyckelord – Keywords oppikirja-analyysi, tehtävätyyppi, lukio-opetus, matematiikan oppimäärän laajuus			
Säilytyspaikka – Förvaringställe – Where deposited Kumpulan tiedekirjasto			
Muita tietoja – Övriga uppgifter – Additional information			

Sisällys

1 Johdanto.....	4
2 Teoreettinen tausta.....	6
2.1 Käsitteiden määrittely.....	6
2.2 Aikaisempi tutkimus.....	10
3 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset.....	16
4 Tutkimuksen toteutus.....	18
5 Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa.....	19
5.1 Pitkään tai lyhyeen matematiikkaan siirtyminen MAY1-kurssin jälkeen.....	19
5.1.1 MAY1-kurssilla Editan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen lyhyeen matematiikkaan.....	19
5.1.2 MAY1-kurssilla Editan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen pitkään matematiikkaan.....	20
5.1.3 MAY1-kurssilla Otavan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen lyhyeen matematiikkaan.....	21
5.1.4 MAY1-kurssilla Otavan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen pitkään matematiikkaan.....	23
5.1.5 MAY1-kurssilla SanomaPron oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen lyhyeen matematiikkaan.....	25
5.1.6 MAY1-kurssilla SanomaPron oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen pitkään matematiikkaan.....	26
5.2 Oppikirjojen analyysi ja vertailu.....	29
5.2.1 SanomaPro, pitkä matematiikka.....	29
5.2.2 Otava, pitkä matematiikka.....	31
5.2.3 Vertailua pitkän matematiikan oppikirjojen välillä.....	32
5.2.4 SanomaPro, lyhyt matematiikka.....	36
5.2.5 Otava, lyhyt matematiikka.....	38
5.2.6 Edita, lyhyt matematiikka.....	39
5.2.7 Vertailua lyhyen matematiikan oppikirjojen välillä.....	40
5.3 Tehtävien luokittelu.....	43
5.3.1 Pitkän matematiikan oppikirjojen tehtävien luokittelu.....	44
5.3.2 Lyhyen matematiikan oppikirjojen tehtävien luokittelu.....	47
5.3.3 Pitkän matematiikan 2. kurssin tehtävätyyppijakaumat verrattuna MAY1-kurssin tehtävätyyppijakaumiin.....	50
5.3.4 Lyhyen matematiikan 2. kurssin tehtävätyyppijakaumat verrattuna MAY1-kurssin tehtävätyyppijakaumiin.....	54
6 Luotettavuus.....	57
7 Pohdintaa.....	59
Lähteet.....	62

1 Johdanto

Lukio-opiskelijat ovat syksystä 2016 alkaen aloittaneet matematiikan opiskelunsa kaikille yhteisellä kurssilla. Ennen tätä, matematiikan opiskelu lukiossa alkoi suoraan joko pitkän tai lyhyen matematiikan kurssista. Aiemmin päätös matematiikan oppimäärän laajuudesta tehtiin siis jo yläkoulussa - toki oppimäärän laajuutta sai tarvittaessa muuttaa vielä lukiossakin. Kuitenkin nykyään, yhteisen matematiikan kurssin myötä, ratkaisun tekeminen on siirtynyt täysin lukion puolelle.

Tutkimuksessani erittelen lukion opetussuunnitelman matematiikan opetuksen tavoitteiden pohjalta, kuinka eri kustantajien MAY1-kurssin kirjat tukevat opiskelijoiden siirtymistä niin pitkään kuin lyhyeen matematiikkaan. MAY1-kurssia lanseerattaessa, sen erääksi päämääräksi asetettiin pitkän matematiikan opiskelijoiden osuuden kasvattaminen (Kaleva 23.4.2016). Tämän perusteella voitaisiin olettaa, että MAY1-kurssin oppikirjat tukievat monipuolisesti erityisesti matematiikan pitkän oppimäärän opiskelua jatkavia.

Lisäksi teen vertailun eri kustantajien lukion toisen matematiikan kurssin oppikirjojen välille sekä luokittelen kunkin oppikirjan toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevien alalukujen tehtävät tehtävätyyppeihin. Valitsin tarkempaan tarkasteluun toisen asteen polynomifunktion, toisen asteen yhtälön ja toisen asteen epäyhtälön, sillä ne ovat matematiikan toisten kurssien keskeistä sisältöä. Toisen asteen polynomifunktio ja toisen asteen yhtälö käsitellään sekä lyhyen että pitkän matematiikan toisella kurssilla, mutta toisen asteen epäyhtälö sisältyy ainoastaan pitkän matematiikan 2. kurssiin.

Tehtäviä luokittelemalla saan oppikirjojen sisältämien tehtävätyyppien suhteelliset määrät ja voin vertailla toisen kurssin oppikirjoja keskenään myös tehtävätyyppijakaumien kautta. Lopuksi tutkin, ovatko eri kustantajien oppikirjojen tehtävätyyppijakaumien väliset eroavaisuudet samankaltaisia kuin ne olivat MAY1-kurssin kohdalla.

2 Teoreettinen tausta

2.1 Käsitteiden määrittely

Tutkimuksessani luokittelen lukion pitkän ja lyhyen matematiikan toisen kurssin oppikirjojen tehtäviä eri tehtävätyyppeihin. Tehtävätyyppien luokittelun pohjana käytän soveltuvien osin kiinalaisten ja yhdysvaltalaisien oppikirjojen välille tehdyn vertailututkimuksen luokittelua (Yan & Lianghuo, 2006). Vastaava luokittelua hyödyntävä vertailututkimus on tehty myös lukion matematiikan ensimmäisen yhteisen kurssin oppikirjoille (Riiho & Salonen, 2017). Tehtävällä tarkoitan tilannetta, joka vaatii päätöksen tai vastauksen riippumatta siitä, voiko vastauksen suoraan nähdä tehtävänannosta. Tutkimuksessa laskeen tehtäviksi kirjojen harjoitustehtävät. Luokittelen kunkin tehtävän kahdeksassa eri kategoriassa, kussakin kategoriassa täsmälleen yhteen luokkaan. Jokainen luokka on yksi tehtävätyyppi ja kyseiseen tehtävätyyppiin viitataan luokan nimellä.

1. Rutiini / ei-rutiini

Rutiinitehtävä on tehtävä, joka ratkeaa suoraan tiedettyä kaavaa tai proseduuria käyttämällä. Näissä tehtävissä ratkaisutapa on yleensä ilmeinen. Rutiinitehtävä on myös tehtävä, joka poikkeavasta lähestymistavastaan huolimatta ratkeaa hyvin yksinkertaisesti esimerkiksi tuttua kaavaa käyttämällä tai ratkaisemalla yhtälö tai epäyhtälö. En kuitenkaan luokittele tehtävää rutiinitehtäväksi ainoastaan sillä perusteella, että sen kanssa yhtenevä tehtävä on alaluvun esimerkkitehtävänä. Ei-rutiinitehtävä taas on tehtävä, joka ei ratkea ilmeisellä tavalla. Siinä ei voi esimerkiksi käyttää suoraan juuri edellä esiteltyä kaavaa.

2. Perinteinen / ei-perinteinen

Ei-perinteiset tehtävät jakautuvat neljään luokkaan. **Ongelmanluomistehtävä** on tehtävä, jossa opiskelija itse keksii kysymyksen tai luo tehtävän annetun informaation tai tilanteen perusteella. **Pulmatehtävät** vaativat käyttämään luovaa ratkaisumenetelmää tai keksimään kirjassa esitetystä tavasta poikkeavan lähestymistavan tehtävän ratkaisuun. Pulmatehtävien luokkaan kuuluvat esimerkiksi sanalliset tehtävät, joissa pitää muodostaa yhtälö tai epäyhtälö ja ratkaista se. Myös todistustehtävät ovat pulmatehtäviä. **Projektitehtävä** tarkoittaa tehtävää, joka sisältää vähintään yhtä seuraavista: datan kerääminen, tarkkailu, lähteiden etsintä, mittaaminen tai kommunikointi. Projektitehtävä vie yleensä kauemmin aikaa kuin perinteiset tehtävät. Projektitehtävien luokkaan kuuluvat esimerkiksi tehtävät, joissa aplettia tutkimalla saadaan selville jokin asia. **Kirjoitustehtävissä** opiskelijoiden tulee kirjoittaa tehtävän ratkaisusta, ideoistaan tai oppimisestaan. Mikäli tehtävä sopii useampaan luokkaan, sijoitan sen luokkaan, joka tehtävässä eniten painottuu. Perinteinen tehtävä on puolestaan tehtävä, joka ei sovi mihinkään edellä mainituista ei-perinteisen tehtävän luokista.

3. Avoin / suljettu

Tehtävä on avoin, jos siihen on useampi mahdollinen ratkaisu. Suljetulla tehtävällä tarkoitetaan tehtävää, jolla on vain yksi oikea ratkaisu. Vaikka tehtävän ainoaan olemassa olevaan ratkaisuun voitaisiin useammalla eri tavalla, on tehtävä siitä huolimatta suljettu.

4. Sovellus / ei-sovellus

Tehtävä on sovellus, jos se on tehtävänannossa liitetty jotenkin arkielämään tai tosielämän tilanteisiin. Tehtävä ei ole sovellus, jos sitä ei tehtävänannossa ole liitetty mitenkään arkielämään tai tosielämän tilanteisiin.

5. Yhden askeleen / useamman askeleen

Yhden askeleen tehtävät ovat tehtäviä, jotka ratkeavat yhdellä operaatiolla. Useamman askeleen tehtävät puolestaan vaativat useamman operaation tullakseen ratkaistuiksi. Esimerkiksi laskuoperaatio, kaavaan sijoitus ja yhtälön ratkaiseminen lasketaan kukin yhdeksi operaatioksi. Kuitenkin perinteiset yhtälön tai epäyhtälön ratkaisemistehtävät ovat yhden askeleen tehtäviä, ellei niihin liity esimerkiksi sijoittamista tai päättelyä. Yhden askeleen tehtäviä ovat myös tehtävät, joiden tekeminen on oppikirjassa ohjeistettu vaihe vaiheelta, vaikka nämä tehtävät muussa tapauksessa olisivatkin useamman askeleen tehtäviä.

6. Riittävästi lähtötietoja / ylimäärin lähtötietoja / riittämättömästi lähtötietoja

Riittävästi lähtötietoja sisältävä tehtävä tarkoittaa tehtävää, jonka tehtävänannossa on juuri oikea määrä tarvittavaa tietoa tehtävän ratkaisemiseksi. Ylimäärin lähtötietoja sisältävän tehtävän tehtävänannossa on annettu enemmän tietoa, kuin tehtävän ratkaisemiseksi tarvitaan. Ylimäärin lähtötietoja sisältäviksi tehtäviksi lasketaan myös tehtävät, joissa kerrotaan historiaa esimerkiksi tehtävässä annetusta kaavasta. Tehtävää, jossa on annettu riittämättömästi lähtötietoja, ei ole mahdollista ratkaista tehtävänannossa annetuilla tiedoilla.

7. Matemaattinen / sanallinen / visuaalinen / yhdistelmä näistä

Tässä kategoriassa luokittelen tehtävän sen esitystavan mukaan. Tehtävän esitystapa on **matemaattinen**, jos tehtävänanto sisältää vain matemaattisia merkkejä. Myös tehtävä, jossa on sanallisia ohjeita, mutta sen pystyisi tekemään ilman niitä, on matemaattinen tehtävä. Tehtävän esitystapa on

sanallinen, kun se esitetään kokonaan sanallisesti. Sanallisissa tehtävissä voi esiintyä tekstin joukossa lukuja tai muuttujien arvoja, mutta ei enempää matemaattisia merkkejä. Jos tehtävä on esitetty kuviona, kuvana, graafina, taulukkona, diagrammina, karttana tai muuna vastaavana tai se on tehtävän pääosassa, niin se luokitellaan **visuaaliseksi** tehtäväksi. Tehtävä on yhdistelmä matemaattisesta, sanallisesta ja visuaalisesta tehtävästä, mikäli sen esitystavassa on elementtejä useammasta kuin yhdestä näistä kolmesta luokasta.

8. Laskin / ei laskinta / laskinta voi käyttää

Tehtävät luokitellaan kolmeen kategoriaan sen mukaan, kuinka tarpeellinen laskin tehtävässä on. Laskimella tarkoitetaan myös symbolisen laskennan ohjelmistoa tai muuta teknistä apuvälinettä. Tehtävä on laskintehtävä, mikäli tehtävänanto ohjeistaa laskimen käyttöön tai tehtävää ei ole mahdollista tehdä ilman sitä. Mikäli laskimen käyttö kielletään tehtävänannossa tai siitä ei ole tehtävän teon kannalta lainkaan hyötyä, tehtävä kuuluu ei laskinta-luokkaan. Jos tehtävä ei kuulu kumpaankaan edellisistä kategorioista, se luokitellaan tehtäväksi, jossa laskinta voi käyttää. Esimerkiksi tehtävä, jossa laskimen käyttöä ei kielletä, mutta sen luvut mahdollistavat päässälaskennan, kuuluu laskinta voi käyttää-luokkaan. Jos tehtävän a-kohta kuuluu tehdä ilman laskinta, mutta b-kohdassa pyydetään tarkistamaan a-kohta laskimella, tehtävä luokitellaan ei laskinta-tehtäväksi.

Tutkimuksessani analysoin lyhyesti lukion matematiikan lyhyen ja pitkän oppimäärän oppikirjoja ja teen näiden analyysien pohjalta oppikirjojen vertailua. Oppikirjojen laajemmat kokonaisuudet ovat lukuja ja luvun sisältämät pienemmät kokonaisuudet alalukuja.

Tehtävien luokittelun jälkeen vertailen oppikirjoja myös eri tehtävätyyppien esiintymismäärien perusteella. Tehtävätyyppijakaumalla tarkoitan oppikirjan, sen sisältämän luvun tai tietyn aihealueen eri tehtävätyyppien suhteellisia määriä, eli kuinka paljon kutakin tehtävätyyppiä oppikirjan, luvun tai tietyn aihealueen harjoitustehtävissä esiintyy prosentuaalisesti.

2.2 Aikaisempi tutkimus

Opetussuunnitelman lyhyelle ja pitkälle matematiikalle asettamat yleiset ja kurssikohtaiset tavoitteet ovat kiistatta hyödyllisiä ja tärkeitä. Erityisesti yleisten tavoitteiden esitystapa opetussuunnitelmassa on kuitenkin melko ylimalkainen, mistä osittain johtuneen, että eri tavoitteiden painotukset ovat hyvin oppikirjakohtaisia. Oppikirjojen tekijöillä saattaa joskus olla eriävät näkemykset siitä, millä tavalla ja missä laajuudessa kunkin opetussuunnitelman asettaman päämäärän täyttymistä tulisi edesauttaa. Nämä näkemyserot on huomattavissa, kun tutkitaan eri kustantajien oppikirjojen sisältöjä. Asia käy ilmi esimerkiksi MAY1-kurssin oppikirjojen vertailututkimuksesta, jossa havaittiin niiden tehtävätyyppijakaumien eroavan tietyiltä osin merkittävästi (Riiho & Salonen, 2017). Oppikirjat ovat kaupallisia tuotteita ja niiden sisältöön vaikuttavat suuresti tekijöiden näkemykset ja mieltymykset (Törnroos, 2004, 31). Oppikirjojen yhteisenä pohjana ovat siis ainoastaan opetussuunnitelman asettamat löyhät raamit.

Pitkän matematiikan opetuksen tarkoituksena on valmistaa opiskelijan matemaattiset taidot riittäviksi jatko-opintojen kannalta ja auttaa opiskelijaa ymmärtämään matematiikan merkitys yhteiskunnan eri osa-alueilla, sekä hahmottamaan matematiikkaa syvemmin. (LOPS, 2015, 131)

Seuraavana ovat opetussuunnitelman mukaiset pitkän matematiikan yleiset tavoitteet tarkemmin eriteltyinä.

Matematiikan pitkän oppimäärän opetuksen tavoitteena on, että opiskelija

- saa myönteisiä oppimiskokemuksia ja tottuu pitkäjänteiseen työskentelyyn sekä oppii niiden kautta luottamaan omiin matemaattisiin kykyihinsä, taitoihinsa ja ajatteluunsa*
- rohkaistuu kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan, ratkaisujen keksimiseen sekä niiden kriittiseen arviointiin*
- ymmärtää ja osaa käyttää matematiikan kieltä, kuten seuraamaan matemaattisen tiedon esittämistä, lukemaan matemaattista tekstiä, keskustelemaan matematiikasta, ja oppii arvostamaan esityksen täsmällisyyttä ja perustelujen selkeyttä*
- oppii näkemään matemaattisen tiedon loogisena rakenteena*
- kehittää lausekkeiden käsittely-, päättely- ja ongelmanratkaisutaitojaan*
- harjaantuu käsittelemään tietoa matematiikalle ominaisella tavalla, tottuu tekemään otaksumia, tutkimaan niiden oikeellisuutta ja laatimaan perusteluja sekä arvioimaan perustelujen pätevyyttä ja tulosten yleistettävyyttä*
- harjaantuu mallintamaan käytännön ongelmatilanteita ja hyödyntämään erilaisia ratkaisustrategioita*
- osaa käyttää tarkoituksenmukaisia matemaattisia menetelmiä, teknisiä apuvälineitä ja tietolähteitä.*

(LOPS, 2015, 131)

Lyhyen matematiikan tarkoituksena, pitkän matematiikan tarkoituksia mukaillen, on antaa opiskelijalle riittävät matemaattiset valmiudet jatko-opintoja ja

arkielämää varten sekä ohjata ymmärtämään matematiikan merkitys niin nyky-yhteiskunnassa kuin menneisyydessäkin. (LOPS, 2015, 136)

Seuraavana ovat opetussuunnitelman mukaiset lyhyen matematiikan yleiset tavoitteet tarkemmin eriteltyinä.

Matematiikan lyhyen oppimäärän opetuksen tavoitteena on, että opiskelija

- osaa käyttää matematiikkaa jokapäiväisen elämän ja yhteiskunnallisen toiminnan apuvälineenä*
- saa myönteisiä oppimiskokemuksia matematiikan parissa työskennellessään, oppii luottamaan omiin kykyihinsä, taitoihinsa ja ajatteluunsa ja rohkaistuu kokeilevaan, tutkivaan ja keksivään oppimiseen*
- hankkii sellaisia matemaattisia tietoja, taitoja ja valmiuksia, jotka antavat riittävän pohjan jatko-opinnoille*
- sisäistää matematiikan merkityksen välineenä, jolla ilmiöitä voidaan kuvata, selittää ja mallintaa ja jota voidaan käyttää johtopäätösten tekemisessä*
- kehittää käsitystään matemaattisen tiedon luonteesta ja sen loogisesta rakenteesta*
- harjaantuu vastaanottamaan ja analysoimaan viestimien matemaattisessa muodossa tarjoamaa informaatiota ja arvioimaan sen luotettavuutta*
- tutustuu matematiikan merkitykseen kulttuurin kehityksessä*
- osaa käyttää kuvioita, kaavioita ja malleja ajattelun apuna*
- osaa käyttää tarkoituksenmukaisia matemaattisia menetelmiä, teknisiä apuvälineitä ja tietolähteitä.*

(LOPS, 2015, 136)

Johanna Minkkinen (2001) tutki syitä opiskelijoiden matematiikan oppimäärään laajuuden valintaan lukion alkaessa. Tutkimukseen osallistui 155 peruskoulun yhdeksännen luokan oppilasta Salosta. Minkkinen havaitsi merkittävimmiten matematiikan oppimäärän laajuuden valintaan vaikuttaviksi tekijöiksi oppilaan kokemuksen matematiikan tarpeellisuudesta, käsityksen omista matemaattisista kyvyistään ja kiinnostuksen sitä kohtaan. Näiden lisäksi vaikutusvaltaa oli esimerkiksi opinto-ohjaajalla, perheellä ja koulukavereilla. (Minkkinen & Pehkonen, 2007, 143)

Minkkinen tutkimuksessa (2001) siis todettiin keskeiseksi syyksi matematiikan pitkän oppimäärän valinnalle kokemus sen hyödyllisyydestä. Vastaavasti merkittäväksi syyksi lyhyen oppimäärän valinnalle Minkkinen havaitsi kokemuksen sen hyödyttömyydestä. Vaikuttavana tekijänä oppilaiden tekemiin valintoihin oli lisäksi kiinnostus - tai sen puute - matematiikkaa kohtaan. Osa pitkän matematiikan valinneista kertoi valintansa syyksi kiinnostuksen matematiikkaa kohtaan ja osa lyhyen matematiikan valinneista puolestaan kiinnostuksen puutteen. (Minkkinen & Pehkonen, 2007, 143)

Myös Silja Blomqvist tutki Pro gradu-tutkielmassaan lukiolaisten matematiikan oppimäärän laajuuden valintaan vaikuttavia tekijöitä. Hän keräsi tutkimukseen tarvittavan aineiston kirjallisesti 28:lta lukion toisen vuosikurssin opiskelijalta. Blomqvist havaitsi tutkimuksessaan keskeisiksi valintaan vaikuttaviksi tekijöiksi matematiikan avaamat jatko-opintomahdollisuudet, matematiikan tarpeellisuuden ja haasteellisuuden sekä kiinnostuksen matematiikkaa kohtaan. (Blomqvist, 2013, 34-37)

Oppikirjalla on vaikutusta siihen, millaisena oppilaat ja opiskelijat matematiikan kokevat. Se voi olla osatekijänä herättämässä kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä mukana viestimässä matematiikan tarpeellisuudesta. Näiden tekijöiden myötä oppikirja saattaa olla vaikuttamassa jopa matematiikan

oppimäärän laajuuden valintaan. Ei siis ole aivan yhäntekevää millä tavoin oppikirja esittelee uutta tietoa, sillä matematiikan opetus on yleensä erittäin oppikirjapainotteista (Törnroos, 2004, 32) ja oppikirja onkin kaiken formaalin opetuksen yleisin oppiväline (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila, 1999, 436).

Myös Jorma Joutsenlahti ja Jorma Vainionpää toteavat matematiikan oppimateriaalin, mukaanlukien oppikirjan, olevan tärkeä osa opetusta (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010, 146). He kertovat oppilaiden ja opiskelijoiden hyvän matematiikan osaamisen perustuvan laadukkaaseen oppimateriaaliin. Oppikirjalla on lisäksi tärkeä rooli oppilaiden ja opettajien välille syntyvässä vuorovaikutuksessa (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila, 1999, 436), joten sen tekemät arvovalinnat heijastuvat opetukseen myös opettajan tätä tiedostamatta.

Erityisesti matematiikan oppikirjoja käytetään harjoitustehtävien tekemiseen (Piironen, 2013, 35), joten tehtävien monipuolisuus on yksi tärkeä kriteeri hyvälle matematiikan oppikirjalle. Oppikirjan tehtävätyyppijakaumaan ja muuhun sisältöön tulisi kiinnittää huomiota, jotta opiskelijalla olisi omaa oppikirjaansa käyttämällä mahdollisuus tutustua laajasti erilaisiin tehtäviin ja useisiin tapoihin esittää matemaattista tietoa.

Jorma Joutsenlahden ja Jorma Vainionpään mukaan oppilaiden ja opiskelijoiden hyviä, tai vastaavasti heikkoja, taitoja ei voida selittää ainoastaan jonkin tietyn oppikirjan sisällön tai rakenteen perusteella (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010, 143). Jukka Törnroos puolestaan havaitsi tutkimuksessaan, että eri kustantajien oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden osaaminen oli kokonaisuutta tarkkailtaessa samalla tasolla keskenään. Tiettyjen sisältöalueiden osaamisessa hän kuitenkin löysi pieniä eroavaisuuksia eri kustantajien oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden välillä (Törnroos, 2004, 154-155). Vaikka osaaminen ei suoraan näytäkään riippuvan käytössä olleesta oppikirjasta, sillä saattaa kuitenkin vaikutusta

käyttäjänsä matematiikkakuvaan. On eroa näkeekö opiskelija matematiikan valmiiksi annettuina kaavoina ja lauseina vai kokeeko hän itse oivaltavansa ne. Opiskellut asiat saattavat myös helposti unohtua ajan mittaan, mikäli oppikirja on ohjannut opettelemaan ne ulkoa ilman sen syvempää ymmärrystä. Oppikirjoja onkin Joutsenlahden ja Vainionpään mukaan syytä vertailla kriittisesti (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010, 143).

Oppikirjan ohella monet muut tekijät, kuten opettajan toimintamallit ja asenteet, vaikuttavat opiskelijoiden käsityksiin ja ajatuksiin matematiikasta. Pahimmassa tapauksessa opiskelijat saattavat jäädä paitsi tulevaisuutensa kannalta tärkeiden asioiden opetuksesta vain siksi, että opettajan henkilökohtainen mielipide sotii niitä vastaan. Esimerkiksi Topi Salmen kirjoittamasta pro gradu-tutkielmasta (Salmi, 2015, 16) kävi ilmi, että monet matematiikan opettajista vastustavat ylioppilaskokeen sähköistymistä. Opettajan kielteinen asenne teknisiä apuvälineitä ja sähköisessä ylioppilaskokeessa tarvittavia ohjelmia kohtaan heijastuu varmasti tavalla tai toisella myös opetukseen. Kuitenkin niiden käyttö on opiskelijoiden kannalta tärkeää, sillä pelkkä oppikirjan opastus teknisten apuvälineiden käyttöön ei välttämättä riitä.

3 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tutkin Lukion opetussuunnitelman perusteiden 2015 pohjalta, kuinka eri kustantajien MAY1-kurssin oppikirjat tukevat siirtymistä niin pitkään kuin lyhyeen matematiikkaan. Lisäksi analysoin ja vertailen eri kustantajien lyhyen ja pitkän matematiikan toisen kurssin oppikirjoja sekä luokittelen niiden toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevät harjoitustehtävät aiemmin luvussa 2.1 esiteltyjen luokitteluperusteiden mukaisesti. Lopuksi pohdin kustantajittain, eroavatko MAY1-kurssin ja lukion 2. kurssin oppikirjat toisistaan.

Tutkimuskysymykseni ovat seuraavat:

1. Miten eri kustantajien MAY1-kurssin kirjat tukevat siirtymistä pitkään / lyhyeen matematiikkaan?
2. Miten eri kustantajien lukion toisen matematiikan kurssin, sekä lyhyen että pitkän oppimäärän, oppikirjat eroavat toisistaan?
3. Miten toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevien lukujen eri tehtävätyyppien määrät eroavat eri kustantajien lukion toisen matematiikan kurssin oppikirjoissa?
4. Ovatko eri kustantajien oppikirjojen eroavaisuudet samankaltaisia kuin MAY1-kurssin kohdalla?

Oletan eri kustantajien oppikirjojen tehtävätyyppijakaumien muistuttavan toisiaan enemmän 2. kurssien kuin MAY1-kurssin oppikirjassa. Matematiikan ensimmäinen kurssi lukiossa oli kaikentasoisille opiskelijoille yhteinen, kun taas toisella kurssilla opiskelijat ovat jakautuneet pitkään ja lyhyeen matematiikkaan.

Tästä syystä oppikirjojen ei enää 2. kurssilla tarvitse tarjota sopivaa oppimateriaalia niin monentasoisille opiskelijoille.

Tutkimushypoteesini on, että eri kustantajien toisen matematiikan kurssin oppikirjojat eroavat toisistaan pitkälti samoissa asioissa kuin MAY1-kurssin oppikirjat. Uskon kuitenkin, että räikeimmät eroavaisuudet tasoittuvat pois oppikirjojen säilyttäen oman jo aloittamansa linjan. Oletan myös kustantajien välisten eroavaisuuksien olevan yhteneviä niin MAY1-kurssin kuin toistenkin kurssien oppikirjoissa

4 Tutkimuksen toteutus

Pohdin useita eri tapoja tutkia miten eri kustantajien MAY1-kurssin oppikirjat tukivat opiskelijan siirtymistä lyhyeen tai pitkään matematiikkaan. Lopulta päädyin ottamaan analyysini pohjaksi lyhyen ja pitkän matematiikan opetuksen tavoitteet Lukion opetussuunnitelman perusteista 2015, sillä opetussuunnitelman tulisi olla kaiken opetuksen lähtökohtana.

Oppikirja-analyysi keskittyi lähinnä oppikirjojen rakenteeseen ja oli pitkälti kvalitatiivista. Mukana on myös kvantitatiivista vertailua (sivujen ja lukujen määrät), jotta sain tuntumaa siitä, kuinka kattavasti oppikirjat käsittelevät aiheita ja kuinka paljon ne sisältävät opetussuunnitelman ulkopuolista materiaalia. Oppikirjojen vertailua tehdessäni kiinnitin erityisesti huomiota niihin oppikirjojen sisällöllisiin ja rakenteellisiin seikkoihin, jotka poikkesivat toisistaan.

Erilaisia tehtävätyyppien luokitteluratkaisuja pohtiessani päädyin hyödyntämään suurelta osin kiinalaisten ja yhdysvaltalaisien oppikirjojen vertailussa käytettyä luokittelutapaa (Yan & Lianghuo, 2006) ja sen pohjalta tehtyä vastaavanlaista vertailua eri suomalaisten kustantajien MAY1-kurssin oppikirjojen funktiota käsittelevien osuuksien välillä (Riiho & Salonen, 2017). Luokittelin SanomaPron, Otavan ja Editan lyhyen sekä pitkän matematiikan toisen kurssin oppikirjojen harjoitustehtäviä luvussa 2.1 esitelyihin tehtävätyyppeihin. Rajasin luokittelun koskemaan toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevien alalukujen harjoitustehtäviä. Luokittelin kunkin tehtävän jokaisessa kahdeksassa eri tehtävätyyppien kategoriassa yhteen luokkaan. MAY1-kurssin ja lukion matematiikan 2. kurssin oppikirjojen eroja erittelin pitkälti niiden tehtävätyyppijakaumien kautta.

5 Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa

5.1 Pitkään tai lyhyeen matematiikkaan siirtyminen MAY1-kurssin jälkeen

Vuoden 2016 syksystä lähtien lukiolaiset ovat aloittaneet matematiikan opintonsa kaikille yhteisellä MAY1-kurssilla. Aiemmin opiskelijat olivat jo yläkoulun viimeisellä luokalla tehneet päätöksen matematiikan oppimäärän laajuudesta lukiossa ja alkaneet opiskella lukioon siirryttyään suoraan joko pitkää tai lyhyttä matematiikkaa. Ennen vuotta 2016, yläkoulussa käytetyt oppimateriaalit ovat siis olleet yhtenä tekijänä vaikuttamassa opiskelijoiden päätökseen lukion matematiikan oppimäärän laajuudesta. Kuitenkin MAY1-kurssin myötä vastuu tältä osin on siirtynyt pääosin kyseisellä kurssilla käytettävien oppimateriaalien harteille. Erittelen seuraavaksi, kuinka eri kustantajien MAY1-kurssin oppikirjat tukevat opiskelijoiden siirtymistä niin matematiikan pitkään kuin lyhyeenkin oppimäärään.

5.1.1 MAY1-kurssilla Editan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen lyhyeen matematiikkaan

Editalla ei ole ollenkaan pitkän matematiikan oppimäärän kirjasarjaa, joten se lienee monilta osin kehitetty tukemaan opiskelijoiden siirtymistä matematiikan lyhyeen oppimäärään kaikille yhteisen MAY1-kurssin jälkeen. SanomaPron ja Otavan MAY1-kurssin oppikirjoista poiketen Editan oppikirjan teoriaosuudessa esimerkkitehtävät olivat usein ennen siinä käsiteltävää teorial tietoa. Esimerkin kautta oppiminen saattaakin olla monille, erityisesti lyhyeen matematiikkaan suuntautuville, opiskelijoille helpompi tapa lähestyä uutta aihetta.

Opetussuunnitelman mukaan lyhyen matematiikan opetuksen yhtenä tavoitteena on pyrkiä antamaan opiskelijoille selkeä käsitys matematiikan soveltamismahdollisuuksista arkielämässä. Lisäksi tavoitteena on, että opiskelija osaa käyttää matematiikkaa jokapäiväisen elämänsä apuvälineenä (LOPS, 2015, 136). Editan oppikirjassa näiden tavoitteiden toteutumista edesautettiin kertomalla jokaisen luvun aloitussivuilla esimerkkejä käytännön elämän tilanteista, joissa kyseisessä luvussa opittavia taitoja voi hyödyntää.

Lukion lyhyen matematiikan opetuksen päämääränä on myös tarjota opiskelijalle myönteisiä oppimiskokemuksia (LOPS, 2015, 136). Editan MAY1-kurssin oppikirjassa ennen alaluvun varsinaisia tehtäviä oli muutama tehtävä otsikon "Varmista lähtötasosi" alla. Nämä tehtävät lähes jokainen opiskelija osaa tehdä ja niiden avulla on helpompi siirtyä yrittämään myös hankalampia tehtäviä.

5.1.2 MAY1-kurssilla Editan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen pitkään matematiikkaan

Editan MAY1-kurssin oppikirja sisälsi joitakin opetussuunnitelman ulkopuolisia aiheita ja oppikirjan haastavammat tehtävät oli merkitty erillisellä symbolilla. Matematiikasta kiinnostuneen ja pitkään matematiikkaan suuntaavan opiskelijan on siis mahdollista Editan oppikirjan avulla tutustua hiukan myös tulevien kurssien aiheisiin ja lisäksi tehdä perustehtäviä haastavampia tehtäviä.

Matematiikan pitkän oppimäärän eräänä tähtäimenä on, että opiskelija ymmärtää matematiikan kieltä, harjaantuu seuraamaan matemaattisen tiedon esittämistä, kykenee lukemaan matemaattista tekstiä ja oppii arvostamaan esityksen täsmällisyyttä ja perustelujen selkeyttä (LOPS, 2015, 131). Tämän tavoitteen täyttymiseen Editan MAY1-kurssin oppikirja pyrki esimerkiksi

johtamalla aritmeettisen ja geometrisen summan laskukaavat. Näin opiskelija tottuu eksaktiin matemaattiseen esitystapaan ja harjaannuttaa edellä mainittuja opetussuunnitelman esittämiä taitoja.

Pitkän matematiikan opiskelijan tulisi opintojensa aikana rohkaistua kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan, ratkaisujen keksimiseen sekä niiden kriittiseen arviointiin (LOPS, 2015, 131). Tätä päämäärää tukivat avoimet tehtävät, joita Editan MAY1-kurssin oppikirja sisälsi 4,8% tutkitun aihepiirin tehtävistä. SanomaPron MAY1-kurssin oppikirjan tutkitun aihealueen tehtävissä ei ollut ainoatakaan avointa tehtävää ja Otavan MAY1-kurssin oppikirjassakin niitä oli vain 1,9% tehtävistä (Riiho & Salonen, 2017, 22), joten pieni ero Editan hyväksi on havaittavissa.

5.1.3 MAY1-kurssilla Otavan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen lyhyeen matematiikkaan

Otavan MAY1-kurssin oppikirja sisälsi ainoastaan kurssin keskeiset sisällöt. Myös harjoitus- ja esimerkkitehtäviä oli huomattavasti vähemmän kuin SanomaPron ja Editan oppikirjoissa, joten kirja soveltuu näiltä osin hyvin lyhyeen matematiikkaan jatkavalle opiskelijalle. Joidenkin tehtävien tekemiseen löytyi kirjan takaosasta vihje helpottamaan sen ratkaisemista (Riiho & Salonen, 2017, 18). Vihjeet ohjaavat yrittämään tehtävän tekemistä, vaikka se ilman niitä olisi liian haastava. Vihjeiden avulla, ratkaistessaan omaa taitotasoaan haastavamman tehtävän, opiskelija saa myös lyhyen matematiikan tavoitteiden mukaisia myönteisiä oppimiskokemuksia ja luottoa omiin kykyihinsä (LOPS, 2015, 136).

Otavan oppikirja täytti monet opetussuunnitelman lyhyelle matematiikalle asettamat tavoitteet paremmin kuin SanomaPron ja Editan oppikirjat. Opetuksen

tavoitteena on, että opiskelija osaa käyttää “kuvioita, kaavioita ja malleja ajattelun apuna” sekä “matematiikkaa jokapäiväisen elämän ja yhteiskunnallisen toiminnan apuvälineenä” (LOPS, 2015, 136). Tähän Otavan oppikirja vastasi tarjoamalla selvästi enemmän tehtäviä, joissa on visuaalinen esitystapa (34,6% tutkitun aihepiirin tehtävistä) sekä enemmän soveltavia tehtäviä (32,7% tutkitun aihepiirin tehtävistä) kuin SanomaPron ja Editan oppikirjat (Riiho & Salonen, 2017, 22).

Myös Otavan oppikirjan aihealueiden järjestys erosi selkeästi SanomaPron ja Editan oppikirjojen vastaavista (Riiho & Salonen, 2017, 21). Tämä tukee opetussuunnitelman tavoitetta tarkoituksenmukaisten matemaattisten menetelmien käytöstä, sillä usein uuden matemaattisen menetelmän esittelyn jälkeisessä tai sitä edeltävässä alaluvussa esiteltiin kyseisen menetelmän käyttökohteita (LOPS, 2015, 136; Riiho & Salonen, 2017, 21). Esimerkiksi Otavan oppikirja ei käsitellyt geometrista lukujonoa muiden lukujonojen yhteydessä, vaan se esiteltiin prosenttilaskennan yhteydessä. Tällöin siitä saadaan tulevaisuutta ajatellen työkalu esimerkiksi prosenttilaskentaan sisältyviin koronkorko- ja lainalaskuihin (Riiho & Salonen, 2017, 21).

Lyhyen matematiikan opetuksen eräänä tähtäimenä on antaa opiskelijalle sellaiset matemaattiset taidot, joilla hän pärjää jokapäiväisessä elämässään. Opetussuunnitelma erittelee nämä arkielämää koskevat tavoitteet “käsitykseen matematiikan soveltamismahdollisuuksista arkielämässä” sekä taitoon “käyttää matematiikkaa jokapäiväisen elämän ja yhteiskunnallisen toiminnan apuvälineenä” (LOPS, 2015, 136). Otavan MAY1-kurssin oppikirjan lukujen aloitussivuilla oli esimerkkejä käytännön elämän tilanteista, joissa kyseisessä luvussa opittavia taitoja voi hyödyntää (Riiho & Salonen, 2017, 17). Parhaassa tapauksessa opiskelija huomaa näiden aloitussivujen avulla uudessa luvussa harjoiteltavien taitojen olevan tulevaisuutensa kannalta hyödyllisiä ja suhtautuu tosissaan niiden opiskeluun.

Yksi pitkän ja lyhyen matematiikan yhteisistä tavoitteista on opetussuunnitelman mukaan teknisten apuvälineiden käytön osaaminen (LOPS, 2015, 131 ja 136). Otavan oppikirjassa teknisiä apuvälineitä ohjattiin käyttämään monipuolisemmin kuin SanomaPron ja Editan oppikirjoissa. Perinteisesti laskinta hyödyntävien tehtävien lisäksi Otavan kirjassa oli mukana myös apletteja, joissa käytetään GeoGebraa (Riiho & Salonen, 2017, 18). Toki erilaisia sovelluksia saisi olla käytössä vieläkin enemmän, sillä sähköistyvissä matematiikan ylioppilaskirjoituksissa vaaditaan monipuolista teknisten apuvälineiden käytön osaamista. Aivan kaikkea ei kuitenkaan voida käsitellä muutenkin jo niin runsassisältöisellä MAY1-kurssilla. Lisäksi lyhyen matematiikan kohdalla tekniset apuvälineet eivät ole aivan yhtä keskeisessä osassa kuin pitkän matematiikan kohdalla, sillä oppimäärien sisältöjen laajuudet eroavat valtavasti toisistaan.

Otavan oppikirjan alaluvut alkoivat Johdanto-tehtävillä, joissa esiteltiin alaluvun uusi keskeinen käsite. Tämän tehtiin joko johdattelemalla ja tutustuttamalla opiskelija siihen tai vaihtoehtoisesti ohjaamalla opiskelija keksimään sääntö yksittäiselle tilanteelle, joka sitten yleistettiin lauseeksi (Riiho & Salonen, 2017, 17). Lyhyen matematiikan tavoitteena on rohkaista opiskelijaa ”kokeilemaan, tutkivaan ja keksivään oppimiseen” (LOPS, 2015, 136). Voi olla, että esimerkiksi keksittyään Johdanto-tehtävässä oikean säännön, opiskelija uskaltaa myös harjoitustehtävissä kokeilla luovempaa lähestymistapaa löytääkseen oikean ratkaisun.

5.1.4 MAY1-kurssilla Otavan oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen pitkään matematiikkaan

Otavan MAY1-kurssin oppikirjan harjoitustehtävät jaettiin vaikeustason mukaan kolmeen eri kategoriaan (Riiho & Salonen, 2017, 18). Erityisesti pitkään

matematiikkaan suuntautuvat opiskelijat voivat siis tarvittaessa siirtyä suoraan hankalampiin tehtäviin, jolloin heidän aikansa ei kulu mahdollisesti jo entuudestaan tuttujen tehtävätyyppien ratkomiseen. Matematiikan pitkän oppimäärän eräänä tehtävänä on antaa opiskelijalle matemaattinen yleissivistys (LOPS, 2015, 131). Perustehtäviä haastavampien tehtävien tekemisen lisäksi sitä tukevat Otavan oppikirjasta löytyvät lukujen aloitus- ja lopetusaukeamat. Aloitusaukeamalla kerrottiin luvun aihepiiriin liittyvien käytännön ongelmien ohella myös yleistä tietoa aihealueesta tai jokin matematiikan ongelma, joka liittyi jollakin tavalla luvussa käsiteltävään aihepiiriin. Kunkin luvun lopussa olevalla lopetusaukeamalla kerrottiin tästä ongelmasta ja sen ratkaisutavasta tarkemmin.

Matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän yhteisiä päämääriä ovat muun muassa kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan rohkaiseminen sekä tarkoituksenmukaisten matemaattisten menetelmien ja teknisten apuvälineiden käytön osaaminen (LOPS, 2015, 131 ja 136). Näiden tavoitteiden toteutumista Otavan MAY1-kurssin oppikirjassa eriteltiin edellisessä, Otavan oppikirjan lyhyeen matematiikkaan siirtyvien opiskelijoiden tukemista käsittelevässä kappaleessa. Kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan rohkaiseminen ilmenee vielä selkeämmin Otavan pitkän matematiikan Juuri-sarjan oppikirjoissa, joissa Johdanto-tehtävän lisäksi kunkin alaluvun alussa on myös Digijohdanto-tehtävä. Digijohdannoissa käytetään lähes poikkeuksetta GeoGebraa kokeillen ja tutkien uuden käsitteen tai lauseen löytämiseksi ja havainnollistamiseksi.

Johdatteluesimerkin jälkeen Otavan oppikirjan teoriaosiossa oli ensin teorian tietoa, kuten lause tai määritelmä, ja sen jälkeen esimerkkitehtävä. Opiskelija siis, johdantoesimerkkiä lukuun ottamatta, kohtaa kunkin alaluvun matemaattisen ja teoreettisen puolen ennen esimerkkitehtävää, joka näyttää

miten uutta kaavaa, lausetta tai määritelmää voi hyödyntää. Tämä järjestys tukee opetussuunnitelman tavoitetta siitä, että opiskelija oppii “seuraamaan matemaattisen tiedon esittämistä” ja “lukemaan matemaattista tekstiä”, sillä vasta eksaktin tiedon esittämisen jälkeen opiskelija näkee esimerkin sen käyttökohteesta.

Matematiikan pitkän oppimäärän päämääränä on myös, että opiskelija “kehittää lausekkeiden käsittely-, päättely- ja ongelmanratkaisutaitojaan” (LOPS, 2015, 131). Otavan oppikirjassa oli melko vähän tehtäviä, joiden tarkoitus on ainoastaan kehittää laskurutiinia. Monet harjoitustehtävistä olivat siis sanallisia ja opiskelijan omaan päättelyyn pohjautuvia, jotka edesauttavat opetussuunnitelman tavoitteen toteutumista. Vähemmistö Otavan oppikirjan tehtävistä oli rutiinitehtäviä ja perinteisiä tehtäviä, kun taas Editan ja SanomaPron oppikirjoissa ne olivat enemmistönä (Riiho & Salonen, 2017, 22).

5.1.5 MAY1-kurssilla SanomaPron oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen lyhyeen matematiikkaan

SanomaPron oppikirja oli selkeästi raskain ja matemaattisin vertailtavana olleista kolmesta MAY1-kurssin oppikirjasta (Riiho & Salonen, 2017, 20). Sen yhtenä tavoitteena vaikutti olleen haasteiden tarjoaminen erityisesti pitkään matematiikkaan suuntautuville opiskelijoille. Kuitenkin SanomaPron oppikirjasta löytyi myös tekijöitä, jotka helpottavat käyttäjänsä lyhyeen matematiikkaan siirtymistä.

Lyhyen matematiikan opiskelijan tulisi opintojensa aikana hankkia “sellaisia matemaattisia tietoja, taitoja ja valmiuksia, jotka antavat riittävän pohjan jatko-opinnoille” (LOPS, 2015, 136). Opetuksen yksi tehtävistä onkin “tarjota valmiuksia hankkia, käsitellä ja ymmärtää matemaattista tietoa ja käyttää

matematiikkaa elämän eri tilanteissa ja jatko-opinnoissa” (LOPS, 2015, 136). SanomaPron oppikirja vastasi näihin haasteisiin kirjan alussa olleella kolmisivuisella ”Mihin matematiikkaa tarvitaan?”-osiolla, jossa perusteltiin matematiikan tarpeellisuutta jatko-opintojen ja eri ammateissa tarvittavien matematiikan taitojen avulla, sekä eri ammateissa työskentelevien ihmisten lyhyillä kertomuksilla matematiikan osallisuudesta työssään. On todennäköistä, etteivät kaikki kirjan käyttäjät lue näitä sivuja. Kuitenkin ne jotka lukevat, saattavat huomata matematiikkaa tarvittavan lähes kaikkialla ja saavat näin lisää mielekkyyttä sen opiskeluun.

SanomaPron oppikirjan jokainen luku alkoi kansisivulla, jossa oli luvun otsikko ja muutama aiheeseen johdatteleva kysymys. Kysymykset liittyivät usein arkielämään tai muuten tosielämään. Nämä kansisivut tukevat opetussuunnitelman tavoitetta, että lyhyen matematiikan opiskelija osaisi ”käyttää matematiikkaa jokapäiväisen elämän ja yhteiskunnallisen toiminnan apuvälineenä” (LOPS, 2015, 136).

Opetussuunnitelma tavoittelee lisäksi, että lyhyen matematiikan opiskelija ”rohkaistuu kokeilevaan, tutkivaan ja keksivään oppimiseen” (LOPS, 2015, 136). Suurin osa SanomaPron MAY1-kurssin oppikirjan Tutkimus-tehtävistä oli opiskelijaa uuteen aiheeseen johdattelevia (Riiho & Salonen, 2017, 16). Niiden myötävaikutusella opiskelija kokee olleensa itse osana hänelle uuden käsitteen, laskusäännön, lauseen tai määritelmän opiskelua ja uskaltaa myöhemmin myös harjoitustehtävissä käyttää tarvittaessa kokeilevia tai tutkivia metodeja.

5.1.6 MAY1-kurssilla SanomaPron oppikirjaa käyttäneiden siirtyminen pitkään matematiikkaan

SanomaPron MAY1-kurssin oppikirja käsitteli jonkin verran opetussuunnitelman ulkopuolisia aihealueita. Esimerkiksi määrittelyjoukon käsitettä ei mainittu opetussuunnitelmassa matematiikan ensimmäisen kurssin kohdalla, mutta SanomaPron oppikirjassa sitä käsiteltiin - tosin osana syventävää osiota. Erityisesti pitkään matematiikkaan suuntaavat opiskelijat voivat siis jo ensimmäisellä matematiikan kurssillaan opiskella oppikirjastaan myöhempien kurssien aiheita. Myös astetta haastavampien tehtävien tekeminen oli tehty helpoksi, sillä SanomaPron oppikirjan harjoitustehtävät oli jaoteltu perustehtäviin ja syventäviin tehtäviin. Opiskelija voi siis tarvittaessa ohittaa kokonaan perustehtävät ja siirtyä suoraan syventäviin tehtäviin haasteita saadakseen.

Lyhyen matematiikan eräänä tarkoituksena on rohkaista opiskelijaa kokeilevaan, tutkivaan ja keksivään oppimiseen. Opetussuunnitelma on pitkän matematiikan osalta tässä aiheessa samoilla linjoilla - tavoite on, että opiskelija "rohkaistuu kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan" (LOPS, 2015, 131 ja 136). Koska useiden alalukujen alussa olevien Tutkimus-tehtävien lähestymistapa oli tutkiva ja kokeileva, tämä tavoite toteutui SanomaPron oppikirjassa hyvin myös pitkän matematiikan osalta.

Otavan MAY1-kurssin oppikirjan tavoin myös SanomaPron MAY1-kurssin oppikirjassa noudatti teoriaosuudessa johdatteluesimerkin jälkeen rytmiä, jonka perustana on teorian tiedon ja esimerkkitehtävien vuorottelu (Riiho & Salonen, 2017, 19). Useimmiten ensin on uusi käsite, menetelmä, määritelmä tai lause ja sen jälkeen esimerkkitehtävä siihen liittyen. Opetussuunnitelman eräs pitkälle matematiikalle asettama tavoite on, että opiskelija osaa seurata matemaattisen tiedon esittämistä ja lukea matemaattista tekstiä (LOPS, 2015, 131). SanomaPron oppikirja edesauttaa sen toteutumista, sillä opiskelija lukee aluksi uuden teorian tiedon ja vasta tämän jälkeen näkee esimerkin sen

käyttötarkoituksesta. Hänet siis altistetaan matemaattisen tiedon lukemiselle, kuten Otavan MAY1-kurssin oppikirjassakin.

Johdattelu-tehtävien lisäksi opetussuunnitelman tavoite opiskelijan rohkaistumisesta kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan, sekä lisäksi ratkaisujen keksimiseen, toteutui SanomaPron oppikirjassa myös muilta osin. SanomaPron oppikirjassa useamman askeleen tehtäviä oli 18,6% tutkitun aihepiirin tehtävistä, mikä oli selkeästi enemmän kuin Otavan tai Editan oppikirjoissa (Otava 13,5% ja Edita 12,7%) (Riiho & Salonen, 2017, 22). Muiltakin osin SanomaPron MAY1-kurssin oppikirja oli verrokkejaan raskaampi ja matemaattisempi (Riiho & Salonen, 2017, 20). Sitä käyttävällä opiskelijalla on näin ollen hyvät edellytykset tottua pitkäjänteiseen työskentelyyn, jota opetussuunitelma edellyttää (LOPS, 2015, 131).

SanomaPron oppikirjassa kaavoja ei johdettu teoriaosuudessa, mutta harjoitustehtävissä oli aritmeettisen ja geometrisen summan laskukaavojen johtaminen. Ohjeet näiden tehtävien tekemiseen olivat melko yksityiskohtaiset, joten opiskelija ei pääse tehtävää tehdessään huomaamattaan ohittamaan mitään sen tärkeää vaihetta. Opetussuunnitelman mukaan yhtenä matematiikan pitkän oppimäärän tarkoituksena on, että sen lukenut opiskelija ”ymmärtää ja osaa käyttää matematiikan kieltä, kuten seuraamaan matemaattisen tiedon esittämistä, lukemaan matemaattista tekstiä, keskustelemaan matematiikasta, ja oppii arvostamaan esityksen täsmällisyyttä ja perustelujen selkeyttä” (LOPS, 2015, 131). Tämän tavoitteen toteutus korostuu, kun opiskelija saa avustettuna johtaa kaavan itse, eikä lukea sitä valmiina kirjasta. Varjopuolena toki on, etteivät kaikki opiskelijat tee johtamistehtäviä.

5.2 Oppikirjojen analyysi ja vertailu

Taulukko 1. SanomaPro:n, Otavan ja Editan lyhyen matematiikan toisen kurssin, sekä SanomaPro:n ja Otavan pitkän matematiikan toisen kurssin oppikirjojen yleisilme numeroina. *SanomaPro:n lyhyen matematiikan oppikirjassa kertaava materiaali on omana lukunaan. Sitä, sen sisältämiä alalukuja tai harjoitus- ja esimerkkitehtäviä ei ole laskettu mukaan taulukoituihin arvoihin, kuten ei muidenkaan oppikirjojen kertaustehtäviä.

YLEISILME	SanomaPro, pitkä	Otava, pitkä	SanomaPro, lyhyt	Otava, lyhyt	Edita, lyhyt
Kokonaissivumäärä	123	165	190	168	154
sivumäärä, luvut	98	137	156	134	129
sivumäärä, kertaavat osiot	8	7	24	12	8
lukujen määrä	4	4	5*	5	3
alalukujen määrä	16	13	15*	12	15
harjoitustehtävien kokonaismäärä	351	301	309	296	359
esimerkkitehtävien kokonaismäärä	65	81	67	57	61
vihjeet tehtäviin	ei	kyllä	ei	kyllä	ei
harjoituskoe	ei	ei	ei	kyllä	kyllä

5.2.1 SanomaPro, pitkä matematiikka

Oppikirjan alussa kerrottiin esimerkki- ja harjoitustehtävien jaottelusta laskimen käytön ja tehtävien vaatimustason perusteella. Esimerkki- ja harjoitustehtäviin on selkeästi merkitty, mikäli ne on tarkoitus ratkaista ilman laskinta. Kirjan alussa kerrottiin myös, että laskimen käyttöä vaativissa esimerkkitehtävissä, sen käyttöön opastetaan. Laskimella voidaan tässä yhteydessä tarkoittaa perinteistä laskinta, symbolisen laskennan ohjelmistoa tai muuta teknistä apuvälinettä. Oppikirjan alkuosassa ilmoitettiin lisäksi joidenkin harjoitustehtävien kohdalla olevan olla viittaus esimerkkitehtävään, joka on harjoitustehtävän kanssa samankaltainen, ja tarjoaa sen myötä apua tehtävän ratkaisuun.

Jokaisen luvun alussa oli muutaman lauseen mittainen tiivistelmä, jossa kerrottiin siinä läpikäytävistä aihealueista. Valta-osa alaluvuista aloitettiin johdattelemalla oppikirjan käyttäjä aiheeseen Tutkimus-tehtävien avulla.

Kirjassa ei ollut ratkaisuja Tutkimus-tehtäviin. Seuraavana useimmiten esiteltiin alaluvun keskeinen käsite tai aihe, jonka jälkeen jatkettiin esimerkkitehtäviä ja teorian tietoa vuorotellen. SanomaPron MAY1-kurssin oppikirjasta poiketen kaikki SanomaPron pitkän matematiikan oppikirjan alaluvut eivät alkaneet Tutkimus-tehtävällä. Niissä lähdettiin Tutkimus-tehtävän sijasta joko johdattelemaan lukijaa aiheeseen muilla keinoin tai vaihtoehtoisesti esiteltiin heti alkuun uusi lause tai määritelmä. Alalukujen uudet käsitteet, lauseet ja määritelmät erottuivat selkeästi muusta tekstistä niitä ympäröivien keltaisten laatikoiden ansiosta. Uusien käsitteiden, lauseiden ja määritelmien käyttöönottoa perusteltiin aina jollakin tavalla ja niitä esiteltiin yksi alaluku poislukien kaikissa alaluvuissa. Toisen asteen yhtälön ja epäyhtälön sovelluksia käsittelevän Sovelluksia -alaluvun teoriaosiossa oli ainoastaan esimerkkitehtäviä. Kyseisessä alaluvussa ei esitelty uutta teorian tietoa, vaan se perustui jo aiemmin opitun tiedon soveltamiseen. Kaikissa alaluvuissa esimerkkitehtävien marginaalissa kerrottiin, mitä kussakin vaiheessa tehtävän ratkaisua tapahtuu. Tämän avulla esimerkkiratkaisua oli helppo lukea.

Harjoitustehtävät oli jaettu kahteen sarjaan. Ensimmäinen sarja sisälsi perustehtäviä ja toinen sarja niiden lisäksi myös vaativampia tehtäviä. Kirjassa oli reilusti laskurutiinia harjoitettavia tehtäviä ja esimerkiksi Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava -alaluvussa (kirjan luku 3.2) lähes puolella tehtävistä oli tehtävänantona "Ratkaise yhtälö".

Kirjan lopussa oli kertaus-luku, jonka alussa oli tehtäviä kunkin alaluvun otsikon alle ryhmiteltynä. Tämän lisäksi siinä oli kaksi tehtäväsarjaa, joiden tehtävät oli koottu kaikkien lukujen aihealueista. Kertaus-luvussa ei ollut lainkaan teorian kertausta. Vastaukset sekä harjoitus- että kertaustehtäviin löytyivät kirjan lopusta. Vastauksena annettiin vain oikea lopputulos, ei esimerkiksi ratkaisun välivaiheita tai vinkkejä tehtävän ratkaisuun.

5.2.2 Otava, pitkä matematiikka

Oppikirjan alussa esiteltiin kattavasti sen rakennetta, käytössä olevia käsitteitä ja toimintamalleja. Tehtävät, joiden ratkaisemisessa oli tarkoitus hyödyntää teknistä apuvälinettä, kerrottiin olevan merkitty erikseen. Yleisten tietojen esittelyn jälkeen oli 8 harjoitustehtävää aiemmin opiskelluista aiheista.

Ennen varsinaisia lukuja oppikirjassa esiteltiin pintapuolisesti kurssilla opittavia asioita ja esimerkkejä käytännön elämän tilanteista, joihin niitä on mahdollista soveltaa. Jokaisen luvun aloitussivulla oli suuri kuva ja lyhyt tiivistelmä sen aihealueesta. Lisäksi oli kaksi ennakkotehtävää luvun aiheista, helpompi ja vaikeampi. Niiden ratkaiseminen kuitenkin onnistui myös opiskelijan aikaisempien tietojen pohjalta. Kunkin luvun lopussa puolestaan oli testi siinä opituista asioista.

Kaikkien alalukujen alussa oli Digijohdanto sekä Johdanto -tehtävä. Ne liittyivät alalukunsa aihepiiriin, mutta ratkaiseminen oli mahdollista myös ilman kyseisessä alaluvussa opittavia tietoja. Digijohdannoissa hyödynnettiin apletteja, joiden avulla tehtävä ratkesi. Näiden johdantotehtävien myötä esiteltiin uusi tai uusia alaluvun keskeisiä käsitteitä. Muu teoriatieto tuotiin esille esimerkkitehtävien lomassa. Apletteja hyödynnettiin myös osassa esimerkki- ja harjoitustehtäviä.

Alalukujen harjoitustehtävät oli jaoteltu kolmen otsikon alle: Ydintehtävät, Vahvistavat tehtävät ja Syventävät tehtävät. Näistä ensimmäiset tehtävät olivat siis helpoimpia ja viimeiset haastavimpia. Otavan pitkän matematiikan oppikirjassa oli melko vähän tehtäviä, joiden tarkoituksena oli ainoastaan kehittää laskurutiinia. Monet tehtävistä olivat sanallisia ja päättelyyn pohjautuvia. Kirjan takaosassa oli ratkaisusivuja erillään vihjesivut, joista löytyi apua ja

helpotusta osaan harjoitustehtävistä. Tehtävät, joihin löytyi vihje, oli merkitty kysymysmerkki -symbolilla tehtävänannon viereen. Tehtävässä oli myös erikseen maininta, mikäli siinä oli tarkoitus käyttää teknisiä apuvälineitä tai mikäli niiden käyttö oli kielletty.

Kirjan loppuosassa oli kertaustehtäviä sekä lyhyitä kertaustiivistelmiä jokaisesta luvusta. Lisäksi löytyi kaikki kirjan aihealueet kattavia tehtäviä jaoteltuina ratkaistaviksi teknisten apuvälineiden kanssa ja ilman niitä. Lopussa oli myös jo aikaisemmin mainitut vihjesivut, sekä ratkaisut kaikkiin kirjan harjoitustehtäviin.

5.2.3 Vertailua pitkän matematiikan oppikirjojen välillä

Otavan oppikirjassa uusi luku alkoi aloitussivulla, jossa suuren kuvan lisäksi kerrottiin siinä opiskeltavista asioista. Otavan oppikirjan luvut loppuivat myös kussakin luvussa opittuja taitoja kertaavaan testiin. SanomaPron oppikirjassa näitä elementtejä ei ollut.

Kummankin kustantajan oppikirjojen teoriaosuuden pääosassa olivat esimerkkitehtävät. Otavan oppikirjan jokainen alaluku alkoi Digijohdanto- ja Johdantotehtävällä, joiden avulla oppikirjan käyttäjä tutustutettiin aiheeseen. Otavan oppikirjan Digijohdannoissa hyödynnettiin aletteja, joiden avulla kirjan käyttäjän tuli tutkia, päätellä tai löytää jotakin alaluvun aihepiiriin liittyvää. SanomaPron oppikirjassa vain osassa alaluvuista oli aiheeseen johdatteleva Tutkimus -tehtävä. Tutkimus -tehtävissä ei hyödynnetty laskimen lisäksi muita teknisiä apuvälineitä. Digijohdanto ja Tutkimus -tehtävien ratkaisemiseksi ei vielä vaadittu uuden alaluvun teorial tietoja.

Tutkimus -tehtäviä ei SanomaPron oppikirjassa sidottu alaluvun teorial tietoon, vaan ne olivat erillisiä kokonaisuuksia. Otavan oppikirjassa Digijohdanto ja Johdanto -tehtäviin sen sijaan viitattiin heti teoriaosuuden alussa. Usein

johdantotehtävissä suoritettu päättely yleistettiin koskemaan kaikkia vastaavanlaisia tilanteita.

SanomaPron oppikirjoissa uuteen aihealueeseen siirryttiin lähes poikkeuksetta teorian tieto edellä. Vasta tämän jälkeen oli esimerkkitehtävä. Otavan oppikirjassakin tämä lähestymistapa oli selvästi yleisin, lukuunottamatta Digijohdantoja ja Johdantoja. Kokonaisuutta katsottaessa Otavan oppikirja kuitenkin jätti selvästi SanomaPron oppikirjaa enemmän tilaa opiskelijan omalle päättelylle.

Esimerkiksi voimme ottaa toisen asteen epäyhtälöä käsittelevän alaluvun. Otavan oppikirjassa se (3.2 Toisen asteen epäyhtälö) alkoi Otavan oppikirjalle tyypillisesti Digijohdannolla ja Johdannolla. Digijohdannossa muokattiin GeoGebra-apletilla funktion nollakohtia ja toisen asteen termin kerrointa siten, että se saisi positiivisia arvoja ainoastaan tietyllä välillä. Tämän avulla konkretisoitiin epäyhtälöä ja sen ratkaisemista. Johdantotehtävä oli perinteinen, mutta helppo toisen asteen epäyhtälötehtävä, jonka ratkaisu käytiin yksityiskohtaisesti läpi. Johdantotehtävän jälkeen kerrottiin muutamalla virkkeellä sanallisesti toisen asteen epäyhtälön ratkaisemisesta ja esitettiin kuvat eri tapauksista (ylös- tai alaspäin aukeavan paraabeli, jolla on yksi, kaksi tai ei yhtäkään nollakohtaa). Alaluvussa oli lisäksi 4 esimerkkitehtävää, joista yksi oli soveltava ja sanallinen tehtävä. Ensimmäisen esimerkkitehtävän jälkeen kerrottiin havainnollistuksineen, kuinka reaaliakselien välit voidaan epäyhtälömerkkien sijaan esittää hakasulkumerkkien avulla.

SanomaPron toisen asteen epäyhtälöä käsittelevä alaluku (3.3 Toisen asteen epäyhtälö) alkoi perinteisellä ja helpolla esimerkkitehtävällä. Tätä seurasivat huomattavasti Otavan oppikirjaa yksityiskohtaisemmat ohjeet epäyhtälön ratkaisemiseen, sekä Otavan oppikirjan tavoin kuvat toisen asteen epäyhtälön eri tapauksista (ylös- tai alaspäin aukeavan paraabeli, jolla on yksi, kaksi tai ei

ainoatakaan nollakohtaa). Alaluvussa oli lisäksi kaksi muuta esimerkkitehtävää, joista kumpikaan ei ollut soveltava tai sanallinen tehtävä. SanomaPron oppikirjassa kuitenkin oli erillinen alaluku soveltaville ja sanallisille tehtäville (3.4 Sovelluksia).

Sekä SanomaPron että Otavan oppikirjassa todistettiin useita lauseita, kuten neliöjuuren laskusääntöjä ja toisen asteen yhtälön ratkaisukaava. SanomaPron oppikirjassa todistuksia oli enemmän kuin Otavan oppikirjassa. Tästä huolimatta SanomaPron oppikirjasta puuttui kuitenkin kurssin kokonaisuuden kannalta keskeinen todistus diskriminantista. Otavan oppikirjassa puolestaan ei todistettu esimerkiksi muistikaavoja, jotka SanomaPron oppikirjassa todistettiin.

Otavan oppikirja otti tekniset apuvälineet käyttöön monipuolisemmin kuin SanomaPron oppikirja. Harjoitustehtävien lisäksi jo aiemmin mainitut Otavan oppikirjan Digijohdannot hyödynsivät monipuolisesti GeoGebraa. Symbolista laskinta tarvittiin harjoitus- ja esimerkkitehtävissä. Huomioni herätti myös Otavan oppikirjan esimerkkitehtävä, jossa pohdittiin kuinka käsin ja laskimella lasketut tulokset ovat ulkoisesti erilaiset, mutta sieventämällä huomattiin niiden olevan samat. SanomaPron oppikirjan harjoitus- ja esimerkkitehtävissä käytettiin teknisistä apuvälineistä ainoastaan symbolista laskinta.

Harjoitustehtävät oli molemmissa oppikirjoissa jaoteltu. SanomaPron oppikirjassa tehtävät olivat kahdessa sarjassa. Näistä ensimmäisessä oli perustehtäviä esimerkkitehtävien mukaisessa järjestyksessä ja toisessa perustehtävien lisäksi myös haastavampia tehtäviä. Otavan oppikirjassa puolestaan tehtävät oli jaoteltu ydintehtäviin, vahvistaviin tehtäviin ja syventäviin tehtäviin. Otavan oppikirjan tehtäväjaottelun ongelmana saattaa olla, että heikommat tai heikkoina itseään pitävät opiskelijat eivät uskalla tarttua syventäviin tehtäviin ollenkaan. Tämän seurauksena heiltä saattaa jäädä osa tehtävätyypeistä vieraiksi. SanomaPron oppikirjassa vastaavanlainen ongelma

oli vain ensimmäisessä tehtäväsarjassa, joka ei sisältänyt haastavampia tehtäviä. Molempien kustantajien oppikirjoissa siis jollakin tavalla annettiin opiskelijalle vihjeitä tehtävän vaikeustasosta.

SanomaPron oppikirjassa tehtävännumero oli laatikoitu, mikäli se oli tarkoitus tehdä ilman laskinta. Otavan oppikirjassa laskimen käyttökiellosta mainittiin sanallisesti tehtävänannon yhteydessä. SanomaPro:n oppikirjassa harjoitustehtävissä oli viittauksia esimerkkitehtäviin. Tätä ominaisuutta ei Otavan oppikirjassa ollut. Otavan oppikirjassa sen sijaan oli tehtävän vieressä symboli, mikäli siihen löytyi kirjan takaosan vihjesivuilta ratkaisemista helpottava vihje.

Ulkoisesti Otavan 2. kurssin pitkän matematiikan oppikirja oli selvästi paksumpi kuin SanomaPron vastaava. Otavan oppikirjan kokonaissivumäärä oli 165, kun taas SanomaPron oppikirjan kokonaissivumäärä jäi 123:een (taulukko 1). Molemmissa oppikirjoissa oli yhtä monta lukua ja alalukujenkin määrä erosi vain hiukan. SanomaPron oppikirjassa alalukuja oli 16 ja Otavan oppikirjassa suuremmasta kokonaissivumäärästään huolimatta vain 13 (taulukko 1). Harjoitustehtäviäkin SanomaPron oppikirjassa oli lähes 17% enemmän kuin Otavan oppikirjassa (SanomaPro 351 kpl, Otava 301 kpl) (taulukko 1). Otavan oppikirjan merkittävästi suuremman kokonaissivumäärän selitti esimerkkitehtävien runsas lukumäärä. Otavan oppikirjasta löytyi 81, kun taas SanomaPron oppikirjasta vain 65 esimerkkitehtävää (taulukko 1).

Otavan ja SanomaPron oppikirjojen sisällöissä ei ollut valtavan suuria eroavaisuuksia, mutta aihealueiden käsittelyjärjestys vaihteli. Otavan oppikirjan ensimmäisessä luvussa käsiteltiin ensimmäisen asteen polynomifunktiota ja toisessa luvussa vastaavasti toisen asteen polynomifunktioita sekä toisen asteen yhtälön erikoistapauksia. Kolmannen luvun aiheena oli toisen asteen yhtälö ja epäyhtälö, kun taas neljännessä luvussa käsiteltiin yleistä potenssifunktiota ja polynomifunktiota. SanomaPron oppikirja puolestaan alkoi

polynomeja käsittelevällä luvulla. Toisessa luvussa oli potenssiyhtälöiden vuoro; tosin luvun kaksi ensimmäistä alalukua käittelivät ainoastaan neliöjuurta. Oppikirjan kolmannen luvun aiheena oli toisen asteen polynomifunktio ja neljännessä luvussa oli korkeamman asteen polynomifunktion vuoro. Esimerkkeinä eroavaisuuksista mainittakoon, että SanomaPron oppikirja ei käsitellyt lainkaan ensimmäisen asteen yhtälöä ja epäyhtälöä, kun taas Otavan oppikirjassa ne olivat heti ensimmäisessä luvussa. Toisaalta SanomaPron oppikirjassa harjoiteltiin ensimmäisessä luvussa polynomien laskutoimituksia ja muistikaavoja, mutta Otavan oppikirjassa ne jäivät vähemmälle huomiolle. SanomaPron oppikirjassa neliöjuuri laskusääntöineen ja korkeammat juuret olivat omassa luvussaan, kun taas Otavan oppikirjassa ne olivat osana toisen asteen polynomifunktiota ja yhtälöitä käsittelevää lukua. Otavan oppikirjassa muut toisen asteen yhtälön ratkaisutavat kuin ratkaisukaava olivat samassa luvussa, mutta SanomaProlla ne olivat eripuolilla oppikirjaa. Lisäksi SanomaPron oppikirjassa oli oma alalukunsa (3.4 Sovelluksia) toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsitteleville sanallisille tehtäville. Otavan oppikirjassa puolestaan sanallisia tehtäviä oli useassa alaluvussa. Otavan tavasta ripotella sanalliset tehtävät oppikirjan eri lukuihin saattoi aiheutua, että osa opiskelijoista ei tee niitä ollenkaan. SanomaPron tyyli koota ne yhteen alalukuun puolestaan sai aikaan, että kaikki opiskelijat tekisivät edes muutaman sanallisen tehtävän, ellei opettaja esimerkiksi ajanpuutteen vuoksi ohita opetuksessaan koko alalukua.

5.2.4 SanomaPro, lyhyt matematiikka

Kirjan alussa oli kahden sivun pituinen Kirjan käyttäjälle -osio, jossa kerrottiin yleisesti lukion lyhyen matematiikan opetuksen tavoitteista ja merkityksestä sekä tarkemmin juuri lyhyen matematiikan Lausekkeet ja yhtälöt -kurssin

tavoitteista opetussuunnitelman pohjalta. Kirjan alussa selvitettiin myös esimerkki- ja harjoitustehtävien jaottelua laskimen käytön ja tehtävien vaatimustason perusteella. Esimerkki- ja harjoitustehtäviin oli selkeästi merkitty, mikäli ne on tarkoitettu ratkaista ilman laskinta. Laskimella tarkoitettiin perinteistä laskinta, symbolisen laskennan ohjelmistoa tai muuta teknistä apuvälinettä. Harjoitustehtävän kohdalla saattoi olla viittaus esimerkkitehtävään, joka oli samankaltainen itse harjoitustehtävän kanssa ja tarjosi siksi apua tehtävän ratkaisuun.

Jokainen luku alkoi kansisivulla, jossa oli otsikko ja luvun tavoitteet. Lisäksi siinä kerrottiin, mitä luvun opiskelun jälkeen tulisi osata tehdä laskimella ja vastaavasti ilman laskinta. Alaluvut alkoivat Pohdinta-tehtävällä, joka oli joko aiheeseen johdatteleva tai jo aihealueen varsinainen tehtävä. Pohdinta-tehtäviin ei annettu kirjassa ratkaisuja. Tämän jälkeen esiteltiin uudet keskeiset käsitteet, niihin liittyvä teorian tieto ja esimerkkitehtävät. Näiden elementtien järjestys vaihteli alaluvuittain. Esimerkkitehtävien marginaalissa kerrottiin tarvittaessa lisätietoja kustakin välivaiheesta, annettiin vinkkejä laskimen käyttöön ja ohjattiin käyttämään oikeita merkintöjä. Laskimen tai muun teknisen apuvälineen käyttöön ohjattiin myös erillisillä tietolaatikoilla sopivissa kohdissa esimerkkitehtävien ja teoriaosuuden lomassa. Alaluvuissa, joissa esiteltiin uusi kaava, oli huomattavan paljon rutiinitehtäviä. Esimerkiksi alaluvussa Toisen asteen yhtälö (2.3), lähes kahden kolmasosan tehtävistä tehtävänantona oli "Ratkaise yhtälö".

Kirjan lopussa oli kolmeen alalukuun jaettu Kertaus -luku. Ensimmäinen alaluku sisälsi lyhyen kertauksen koko kurssin aiheista, sekä tehtäviä niihin liittyen. Toisessa alaluvussa kerrattiin matemaattisia malleja ja harjoiteltiin niihin liittyvää teknisten apuvälineiden käyttöä. Kolmannessa luvussa oli ilman laskinta tehtäviä monivalintatehtäviä koko kurssista. Vastaukset sekä harjoitus- että

kertaustehtäviin löytyivät aivan kirjan lopusta. Vastauksena annettiin vain oikea lopputulos, ei esimerkiksi vinkkejä tehtävän ratkaisuun.

5.2.5 Otava, lyhyt matematiikka

Otavan lyhyen matematiikan oppikirjan alkuosassa esiteltiin kattavasti sen rakennetta, käytössä olevia käsitteitä ja toimintamalleja. Tehtävät, joiden ratkaisemisessa oli tarkoitus hyödyntää teknistä apuvälinettä, oli merkitty erikseen. Yleisten tietojen esittelyä seurasi alkutesti, jossa oli 7 tehtävää aiemmin opiskelluista aiheista.

Ennen varsinaisia lukuja olevalla Kurssin johdantoaukeamalla esiteltiin kootusti jokaisen luvun aihepiiristä käytännön elämän esimerkki, johon luvussa opittavia tietoja voidaan soveltaa. Jokaisen luvun aloitussivulla puolestaan kerrottiin luvun uudet käsitteet ja annettiin laaja esimerkki aihealueesta, johon luvun tietoja voidaan käyttää. Esimerkkiin liittyen paljastettiin ylimääräistä ja kurssin ulkopuolista tietoa. Lisäksi oli kaksi ennakkotehtävää luvun aiheista, helpompi ja vaikeampi, joiden ratkaiseminen kuitenkin onnistui myös aikaisempien tietojen perusteella. Lukujen lopussa puolestaan oli niissä opittuja tietoja hyödyntäviä tehtäviä luvun aloitusaukeamaan liittyen, kertaavia kysymyksiä ja testi opituista asioista.

Kaikkien oppikirjan alaluvut alkoivat Johdanto-tehtävällä. Tehtävä liittyi alaluvun aihepiiriin, mutta sen saattoi ratkaista myös ilman kyseisessä alaluvussa opittavia tietoja. Johdanto -tehtävissä hyödynnettiin usein aplettia, jonka avulla tehtävän ratkaisu selvitettiin. Muu alaluvun teorian tieto tuotiin esille esimerkkitehtävien lomassa. Myös osa esimerkkitehtävistä pohjautui aplettien käyttöön.

Alalukujen tehtävät oli jaoteltu kolmen otsikon alle: “Aloita perusteista”, “Vahvista osaamista” ja “Syvennä ymmärrystä”. Ensimmäiset tehtävät olivat siis helpoimpia ja viimeiset haastavimpia. Kirjan takaosassa oli ratkaisusivujen lisäksi erilliset vihjesivut, joista löytyi apua ja helpotusta osaan harjoitustehtävistä. Tehtävät, joihin sivuilla annettiin vihje, oli merkitty kysymysmerkki -symbolilla tehtävänannon viereen. Harjoitustehtävissä oli myös erikseen maininta, mikäli niissä oli tarkoitus käyttää teknistä apuvälinettä tai mikäli teknisiä apuvälineitä ei saanut käyttää.

Kirjan loppuosassa oli kertaustehtäviä sekä lyhyitä kertaustiivistelmiä opituista aiheista. Lisäksi sieltä löytyi koko kirjan aihealueen kattavia tehtäviä, jotka oli jaoteltu tehtäväksi teknisten apuvälineiden kanssa ja ilman niitä. Lopussa oli myös harjoituskoe, jo aikaisemmin mainitut vihjesivut, sekä vastaukset kaikkiin kirjan harjoitustehtäviin.

5.2.6 Edita, lyhyt matematiikka

Editan lyhyen matematiikan oppikirjan alussa oli sivun pituinen “Käyttäjälle” -osio, johon oli tiivistetty lyhyen matematiikan kurssilla “Lausekkeet ja yhtälöt” opittavat asiat ja yleisiä tietoja Editan Summa -kirjasarjasta. Lisäksi siinä kerrottiin esimerkki- ja harjoitustehtävien jaottelusta laskimen käytön ja tehtävien vaatimustason perusteella. Harjoitustehtäviin oli selkeästi merkitty, mikäli ne olisi tarkoitus ratkaista ilman laskinta tai vastaavasti laskentaohjelmaa hyödyntäen. Myös vaativat tai kurssin sisältöjen ulkopuoliset esimerkki- ja harjoitustehtävät oli merkitty omalla symbolillaan.

Jokainen kirjan kolmesta luvusta alkoi sivun mittaisella johdattelulla uuteen aiheeseen. Siinä kerrottiin esimerkkejä käytännön tilanteista, joissa luvussa opiskeltavia tietoja voidaan hyödyntää. Pääosassa tällä sivulla kuitenkin oli suuri

kuva. Alaluvut alkoivat esimerkkitehtävällä, joka oli usein jo aihealueen varsinainen tehtävä. Jokaisessa esimerkkitehtävässä tarvittava teorian tieto oli vaaleanvihreässä laatikossa esimerkkitehtävän välittömässä läheisyydessä. Alaluvun teoriaosuuden lopussa oli pienessä oranssissa laatikossa koottuna alaluvun avainkäsitteet. Kirjassa oli erikseen alaluku, jossa ohjattiin teknisten apuvälineiden käyttöön. Muissa alaluvuissa opastus siihen oli vähäistä.

Tehtävät oli jokaisessa alaluvussa jaoteltu kolmen otsikon alle; "Varmista lähtötasosi", "Sarja 1" ja "Sarja 2". Sarjojen 1 ja 2 tehtävät olivat keskenään hyvin samankaltaiset. Oppikirjan tekijöiden ajatuksena on, että ensimmäisen sarjan tehtäviä tehtäisiin oppitunnilla ja toisen sarjan tehtävät olisivat kotitehtäviä. Mikäli laskemisen aloittaminen ensimmäisen sarjan tehtävistä tuntuisi liian haastavalta, voisi ensin tehdä aiheeseen johdattelevat "Varmista lähtötasosi" -tehtävät. Tehtäväosion harjoitustehtävien vieressä oli erilaisia symboleja. Ne kertoivat tehtävän olevan vaativa tai että se tuli tehdä ilman laskinta tai vastaavasti laskentaohjelmistoa apuna käyttäen.

Jokaisen luvun jälkeen oli koottuna kertaustehtäviä siinä käsitellyistä aihepiireistä. Kirjan lopussa sen sijaan oli kaikki kolme lukua kattava kertaustiivistelmä, joka koostui esimerkkitehtävistä. Niiden jälkeen oli kaksi harjoituskoetta ja vastaukset kaikkiin oppikirjan tehtäviin.

5.2.7 Vertailua lyhyen matematiikan oppikirjojen välillä

Kaikkien kolmen kustantajan oppikirjoissa uusi luku alkoi aloitussivulla tai -aukeamalla. SanomaPron aloitussivu kertoi yksinkertaisesti vain luvun tavoitteet sekä sen, mitä luvun jälkeen tulisi osata laskea laskimella ja mitä ilman laskinta. Otavan oppikirjan aloitusaukeamalla ja Editan oppikirjan aloitussivulla pohdittiin yleisemmin, mihin luvussa opittavia taitoja voidaan

hyödyntää. Otavan oppikirjan aloitusaukeamilla oli lisäksi muutama kyseisen luvun opiskelua pohjaava matemaattinen tehtävä ja muiden oppiaineiden aihepiireihin liittyvää tietoa, johon luvussa opittavia matematiikan taitoja voidaan soveltaa.

Otavan oppikirjan alaluvut alkoivat Johdanto-tehtävillä, joissa hyödynnettiin usein aplettia. SanomaPron ja Editan oppikirjojen johdattelevissa esimerkeissä puolestaan ei käytetty laskimen lisäksi muita teknisiä apuvälineitä. Editan oppikirjan johdattelevat tehtävät olivat alalukunsa ensimmäisiä esimerkkitehtäviä, joten niihin löytyi, Otavan oppikirjan Johdanto -tehtävien tavoin, ratkaisut. SanomaPron oppikirjan Tutkimus -tehtäviin ei ollut oppikirjassa ratkaisuja. Johdattelutehtävien jälkeen uutta aihealuetta lähestyttiin SanomaPron ja Editan oppikirjoissa useimmiten teorian tieto edellä. Otavan oppikirjassa asiat sen sijaan esitettiin selkeästi verrokkejaan useammin esimerkin kautta ja esimerkkitehtävä pyrittiin sitomaan usein jollakin tapaa sitä seuraavaan teorian tietoon.

Otavan oppikirja hyödynsi teknisiä apuvälineitä läpi koko kirjan. Laskimen lisäksi osassa Otavan oppikirjan harjoitus- ja esimerkkitehtäviä hyödynnettiin GeoGebraan pohjautuvia aletteja. Toisaalta Editan oppikirjassa oli erillinen, teknisten apuvälineiden käyttöön opastava alaluku, jossa käsiteltiin lyhyesti symbolisen laskimen ja kaavaeditorin käyttöä sekä taulukkolaskentaa. Laskinta lukuunottamatta teknisten apuvälineiden käyttö kuitenkin rajoittui vain tähän alalukuun. SanomaPron oppikirjassa käytössä oli lähinnä (symbolinen) laskin.

Kaikkien oppikirjojen harjoitustehtävät oli jaoteltu jollakin tavalla. SanomaPron ja Editan oppikirjoissa haastavammat tehtävät oli merkitty erillisellä symbolilla, mutta ne sijaitsivat muiden tehtävien joukossa. Editan oppikirjassa oli kuitenkin lisäksi Varmista lähtötasosi -osio, jonka sisältämät tehtävät olivat huomattavasti muita helpompia. Otavan oppikirjassa puolestaan kaikki tehtävät oli luokiteltu

vaikeustason mukaan kolmeen eri kategoriaan. SanomaPron ja Editan oppikirjat paljastivat opiskelijalle vain kaikista hankalimmat tehtävät, mutta Otavan oppikirja kertoi viitteitä kaikkien tehtävien vaikeusasteesta. Kaikkien kustantajien oppikirjoissa siis jollakin tavalla vihjattiin tehtävien vaikeustasosta. Otavan oppikirjan ongelmana saattaa olla, että heikommat opiskelijat karttavat hiukankin hankalampien tehtävien tekemistä, sillä he voivat helposti poimia tehtävistä helpoimmat itselleen.

SanomaPron oppikirjan kaikkiin tehtäviin oli merkitty, käytetäänkö niiden ratkaisemiseen teknistä apuvälinettä vai ei. Sen sijaan Editan oppikirjan tehtävistä oli merkitty ainoastaan ne tehtävät, joissa tarkoituksena oli käyttää teknistä apuvälinettä. Otavan oppikirjassa teknisten apuvälineiden käytöstä kerrottiin ainoastaan niiden tehtävien yhteydessä, joissa teknisen apuvälineen käyttöä edellytetään tai se on ehdottoman kiellettyä. Otavan oppikirjan takaosassa oli lisäksi vihjeitä helpottamaan joidenkin tehtävien ratkaisemista. Tätä elementtiä ei muiden kustantajien oppikirjoista löytynyt.

Lyhyen matematiikan oppikirjoista SanomaPron oppikirja oli paksuin. Sen kokonaissivumäärä oli 190 sivua, kun taas Otavan oppikirjan kokonaissivumäärä oli 168 ja Editan 154 (taulukko 1). Kaikki kolme oppikirjaa sisälsivät 5 lukua, eivätkä alalukujenkaan määrät eronneet suuresti toisistaan (taulukko 1). Yksi SanomaPron oppikirjan viidestä luvusta tosin oli lisämateriaalia sisältävä luku, mutta joitakin opetussuunnitelmaan kuulumattomia aihealueita oli kahdessa muussakin oppikirjassa - niitä ei oltu vain eroteltu omiksi luvuikseen. Editan oppikirjan harjoitustehtävien määrä oli selkeästi suurempi kuin muiden kustantajien. SanomaPron oppikirjassa oli 309 harjoitustehtävää ja Otavan oppikirjassa vain 296, kun taas Editan oppikirjan harjoitustehtävien määrä oli peräti 359 (taulukko 1). Lisäksi osa SanomaPron oppikirjan harjoitustehtävistä kuului lisämateriaaliin ja ilman niitä sen harjoitustehtävien määrä olisi ollut ainoastaan 268 (taulukko 1).

Esimerkkitehtävien määrä oli eri kustantajien välillä melko yhtenevä.

SanomaPron oppikirjassa oli 67 harjoitustehtävää, mutta ilman lisämateriaalia harjoitustehtävien määrä jäisi 59:ään. Tämä on hyvin lähellä Otavan 57:ää ja Editan 61:tä harjoitustehtävää (taulukko 1).

Lyhyen matematiikan oppikirjojen sisällöissä oli pieniä eroavaisuuksia ja niiden, kuten pitkänkin matematiikan oppikirjojen sisältöjen, käsittelyjärjestys vaihteli. Otavan oppikirjan viimeisessä alaluvussa käsiteltiin prosenttiyhtälöitä, joita ei kahden muun kustantajan oppikirjoissa otettu esille lainkaan. Editan oppikirja opasti eri teknisten apuvälineiden käyttöön omassa erillisessä alaluvussaan. Toki SanomaPron ja Otavan oppikirjatkin ohjasivat käyttämään teknisiä apuvälineitä muiden aiheiden ohella, mutta esimerkiksi kaavaeditorin käyttöä esitteli ainoastaan Edita. SanomaPron oppikirjan lisämateriaalia sisältävästä luvusta sen sijaan löytyi muistikaavoja ja vastauksen tarkkuutta käsittelevät alaluvut. Otava ja Edita puolestaan eivät ottaneet näitä aiheita käsittelyyn oppikirjoissaan.

5.3 Tehtävien luokittelu

Taulukossa 2 esitellään pitkän matematiikan oppikirjojen tehtävien luokittelun tulokset ja taulukossa 3 vastaavat tulokset lyhyen matematiikan oppikirjoista. Taulukoituna on pitkän matematiikan oppikirjojen osalta toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevien lukujen harjoitustehtävissä esiintyvien tehtävätyyppien määrät, sekä niiden prosentuaaliset osuudet kaikista luvun harjoitustehtävistä. Lyhyen matematiikan kirjojen osalta taulukoissa on toisen asteen polynomifunktiota ja toisen asteen yhtälöä käsittelevien lukujen harjoitustehtävissä esiintyvien tehtävätyyppien määrät, sekä niiden prosentuaaliset osuudet kaikista luvun

harjoitustehtävistä. Kukin tehtävä luokiteltiin kussakin kahdeksassa kategoriassa yhteen tehtävätyyppiluokkaan; jokainen tehtävä oli siis esimerkiksi joko rutiinitehtävä tai ei-rutiinitehtävä.

5.3.1 Pitkän matematiikan oppikirjojen tehtävien luokittelu

Taulukko 2. Pitkän matematiikan toisen kurssin tehtävien luokittelun tulokset.

TEHTÄVIEN LUOKITTELU	SanomaPro kpl määrä (yht 96 kpl)	%-osuus	Otava kpl määrä (yht 84 kpl)	%-osuus
Rutiini	58	60,4	44	52,4
Ei-rutiini	38	39,6	40	47,6
Perinteinen	47	49,0	36	42,9
Ei-perinteinen	46	47,9	45	53,6
Pulma	0	0,0	0	0,0
Luomis	0	0,0	0	0,0
Projekti	3	3,1	2	2,4
Kirjoitus	0	0,0	2	2,4
Avoin	3	3,1	5	6,0
Suljettu	93	96,9	79	94,0
Sovellus	23	24,0	6	7,1
Ei-sovellus	73	76,0	78	92,9
Yhden askeleen tehtävä	41	42,7	41	48,8
Useamman askeleen tehtävä	55	57,3	43	51,2
Riittävästi lähtötietoja	94	97,9	83	98,8
Ylimäärin lähtötietoja	2	2,1	1	1,2
Riittämättömästi lähtötietoja	0	0,0	0	0,0
Matemaattinen esitys	26	27,1	18	21,4
Sanallinen esitys	26	27,1	11	13,1
Visuaalinen esitys	4	4,2	9	10,7
Yhdistelmä	40	41,7	46	54,8
Ei laskinta	30	31,3	33	39,3
Laskin	4	4,2	13	15,5
Ei väliä	62	64,6	38	45,2

SanomaPron pitkän matematiikan toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevissä alaluvuissa oli 96 harjoitustehtävää, kun taas Otavan oppikirjan vastaavissa alaluvuissa oli 84 harjoitustehtävää (taulukko 1). Kokonaisuudessaan SanomaPron oppikirjassa oli 351 ja Otavan oppikirjassa 301 harjoitustehtävää (taulukko 1), joten myös kaikki aihealueet mukaan lukien, SanomaPron oppikirjassa oli enemmän

tehtäviä. Erot eivät olleet valtavia, mutta kuitenkin ne olivat selkeästi havaittavissa.

Molemmissa oppikirjoissa enemmistö tehtävistä oli rutiinitehtäviä, SanomaPron oppikirjassa niitä oli 60,4% ja Otavan oppikirjassakin yli puolet (52,4%) (taulukko 2). Tästä huolimatta molempien kustantajien oppikirjoissa perinteisten tehtävien osuus luokiteltujen aihealueiden tehtävistä jäi alle puoleen (SanomaPro 49,0% ja Otava 42,9%) (taulukko 2). Ei-perinteisistä tehtävistä pulmatehtävät olivat edustetuimpia molemmissa oppikirjoissa. SanomaPron oppikirjassa niitä oli 47,9% tehtävistä ja Otavan oppikirjassa 53,6% (taulukko 2). Luomistehtäviä ei esiintynyt kummankaan kustantajan oppikirjassa ollenkaan ja projekti- sekä kirjoitustehtäviäkin oli vain muutama kappale (taulukko 2).

Valtaosa molempien oppikirjojen tehtävistä oli suljettuja tehtäviä. Avoimien tehtävien osuus SanomaPron oppikirjassa oli ainoastaan 3,1% ja Otavan oppikirjassa 6,0% (taulukko 2). Selkeä ero oppikirjojen välillä sen sijaan oli niiden sisältämien sovellustehtävien määrässä. SanomaPron oppikirjassa sovellustehtäviä oli 24,0% kun taas Otavan oppikirjassa niitä oli ainoastaan 7,1% tehtävistä (taulukko 2). SanomaPron oppikirjan luvussa 3 (Toisen asteen polynomifunktio) oli erillinen aluku toisen asteen polynomifunktiota ja toisen asteen yhtälöä käsitteleville sovellustehtäville. Otavan oppikirjassa puolestaan satunnaiset sovellustehtävät olivat useissa eri alaluvuissa muiden tehtävien joukossa.

Otavan oppikirjassa yhden ja useamman askeleen tehtävät jakautuivat melko tarkalleen puoliksi (48,8% ja 51,2%) (taulukko 2). SanomaPron oppikirjassa oli pieni ero useamman askeleen tehtävien hyväksi, joita oli 57,3% harjoitustehtävistä (taulukko 2). Opetussuunnitelma kertoo yhdeksi pitkän matematiikan tavoitteeksi, että opiskelija tottuu pitkäjänteiseen työskentelyyn (LOPS, 2015, 131). Tämän tavoitteen toteutumista edesauttavat

harjoitustehtävät, joissa täytyy itsekin pohtia seuraavaa välivaihetta. Useamman askeleen tehtäviä olisi tärkeää olla runsaasti pitkän matematiikan oppikirjoissa myös siksi, että ne näyttelevät pääosaa ylioppilaskokeessa. Useamman askeleen tehtävien prosentuaalinen osuus oppikirjan tehtävistä kuitenkin oletettavasti kasvaa, mitä pidemmälle pitkän matematiikan opiskelut etenevät. Selvä ero oli havaittavissa jo verrattaessa toisen kurssin oppikirjoja MAY1-kurssin oppikirjoihin, joissa useamman askeleen tehtäviä oli SanomaPron oppikirjassa 18,6% ja Otavan oppikirjassa ainoastaan 13,5% tehtävistä (Riiho & Salonen, 2017, 23-24).

Molempien kustantajien oppikirjoissa lähes kaikkien tehtävien (SanomaPro 97,9% ja Otava 98,8%) tehtävänannoissa oli riittävästi lähtötietoja tehtävän ratkaisemista varten (taulukko 2). Riittämättömillä lähtötiedoilla varustettuja tehtäviä ei ollut kummankaan kustantajan oppikirjassa ja ylimäärin lähtötietoja sisältäviä tehtäviäkin oli vain muutamia molemmissa. Merkittäviä eroja oppikirjoissa oli sen sijaan tehtävien esitystapojen välillä. Tehtäviä, joissa on matemaattinen esitys, oli SanomaPron oppikirjassa yli neljännes (27,1%) ja Otavan oppikirjassa yli viidennes (21,4%) (taulukko 2). Sanallisten tehtävien kohdalla ero oli vielä suurempi. Niitä oli SanomaPron oppikirjassa jälleen 27,1% tehtävistä, kun Otavan oppikirjan vastaava prosentuaalinen osuus jäi 13,1%:in (taulukko 2). Myös visuaalisten tehtävien määrässä oli huomattava ero, mutta tällä kertaa Otavan eduksi. SanomaPron oppikirjassa vain 4,2% tehtävistä oli visuaalisia tehtäviä, mutta Otavan oppikirjassa niitä oli 10,7% tehtävistä (taulukko 2). Valtaosa molempien oppikirjojen tehtävistä oli kuitenkin yhdistelmätehtäviä, joita oli SanomaPron oppikirjassa 41,7% ja Otavan oppikirjassa 54,8% (taulukko 2).

SanomaPron oppikirjan tehtävistä 64,6%:ssa ei kerrottu, tulisiko niiden ratkaisemiseksi käyttää laskinta (taulukko 2). Otavan oppikirjassa vastaava osuus oli selvästi pienempi, 45,2% (taulukko 2). Laskimen käyttö ei ollut sallittua

31,3%:ssa SanomaPron ja 39,3%:ssa Otavan oppikirjan tehtävistä (taulukko 2). Laskinta tai muuta teknistä apuvälinettä sen sijaan tarvittiin tehtävän ratkaisuun 15,5%:ssa Otavan oppikirjan tehtävistä, mutta ainoastaan 4,2%:ssa SanomaPron oppikirjan tehtävistä (taulukko 2). Otavan oppikirjassa oli siis selkeästi SanomaPron oppikirjaa suurempi prosentuaalinen osuus tehtäviä, joiden ratkaiseminen edellytti teknisen apuvälineen käyttöä. Yksi selittävä tekijä tälle ovat Otavan oppikirjassa esiintyneet apuletit. SanomaPron oppikirjan harjoitustehtävissä sen sijaan ei hyödynnetty (symbolisen) laskimen lisäksi muita teknisiä apuvälineitä.

5.3.2 Lyhyen matematiikan oppikirjojen tehtävien luokittelu

Taulukko 3. Lyhyen matematiikan toisen kurssin tehtävien luokittelun tulokset.

TEHTÄVIEN LUOKITTELU	SanomaPro kplmäärä (yht. 68 kpl)	%-osuus	Otava kplmäärä (yht. 88 kpl)	%-osuus	Edita kplmäärä (yht. 92 kpl)	%-osuus
Rutini	54	79,4	57	64,8	76	82,6
Ei-rutini	14	20,6	31	35,2	16	17,4
Perinteinen	51	75,0	50	56,8	68	73,9
Ei-perinteinen	17	25,0	37	42,0	24	26,1
Pulma	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Luomis	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Projekti	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Kirjoitus	0	0,0	1	1,1	0	0,0
Avoim	0	0,0	1	1,1	0	0,0
Suljettu	68	100,0	87	98,9	92	100,0
Sovellus	12	17,6	30	34,1	16	17,4
Ei-sovellus	56	82,4	58	65,9	76	82,6
Yhden askeleen tehtävä	42	61,8	40	45,5	51	55,4
Useamman askeleen tehtävä	26	38,2	48	54,5	41	44,6
Riittävästi lähtötietoja	68	100,0	87	98,9	92	100,0
Ylimäärin lähtötietoja	0	0,0	1	1,1	0	0,0
Riittämättömästi lähtötietoja	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Matemaattinen esitys	23	33,8	11	12,5	31	33,7
Sanallinen esitys	15	22,1	19	21,6	22	23,9
Visuaalinen esitys	5	7,4	17	19,3	7	7,6
Yhdistelmä	25	36,8	41	46,6	32	34,8
Ei laskinta	49	72,1	24	27,3	59	64,1
Laskin	19	27,9	21	23,9	5	5,4
Ei väliä	0	0,0	43	48,9	28	30,4

SanomaPron lyhyen matematiikan toisen kurssin oppikirjassa oli toisen asteen yhtälöön ja polynomifunktioon liittyen 68 tehtävää (taulukko 1). Tämä oli

selkeästi vähemmän kuin kahden muun kustantajan oppikirjoissa. Otavan kohdalla tehtävämäärä vastaavan aihealueen osalta oli 88 ja Editan kohdalla 92 (taulukko 1). Kuitenkin kokonaistehtävämäärältään vähiten harjoitustehtäviä oli Otavan oppikirjassa (296 kpl) ja eniten Editan oppikirjassa (359 kpl) SanomaPron oppikirjan sijoituessa tähän väliin 309:llä harjoitustehtävällään (taulukko 1). SanomaPron oppikirjan tehtävät siis painottuvat muihin kuin tutkittuihin aihepiireihin.

Kaikkien kustantajien oppikirjoissa suurin osa tehtävistä oli rutiinitehtäviä ja näin ollen vähemmistö niistä oli ei-rutiinitehtäviä. SanomaPron ja Editan oppikirjojen rutiinitehtävien prosentuaaliset osuudet olivat hyvin lähellä toisiaan, sillä SanomaPron oppikirjassa rutiinitehtäviä oli 79,4% ja Editan oppikirjassa 82,6% tehtävistä (taulukko 3). Otavan oppikirjassakin suurin osa tehtävistä (64,8%) oli rutiinitehtäviä (taulukko 3), mutta osuus on selvästi pienempi kuin muilla kustantajilla. Myös perinteisten tehtävien osuus oli Otavan oppikirjassa (56,8%) huomattavasti pienempi kuin SanomaPron (75,0%) ja Editan (73,9%) oppikirjoissa (taulukko 3). Ei-perinteisistä tehtävistä kaikkien kustantajien oppikirjoissa esiintyi lähes pelkästään pulmatehtäviä. Luokitelluista tehtävistä ainoastaan Otavan oppikirjan yksi ei-perinteinen tehtävä oli kirjoitustehtävä. Näin ollen luomis- ja projektitehtäviä ei ollut minkään kustantajan luokiteltavien tehtävien joukossa.

SanomaPron ja Editan oppikirjojen kaikki luokitellut tehtävät olivat suljettuja. Myös Otavan oppikirjan tehtävät olivat pääosin suljettuja, mutta luokiteltujen tehtävien joukkoon mahtui yksi avoin tehtävä. Tässä Otavan oppikirjan avoimessa tehtävässä pyydettiin antamaan esimerkki toisen asteen yhtälöstä, jonka yksi juuri on $x=1$.

Otavan oppikirja erosi SanomaPron ja Editan oppikirjoista myös sovellustehtävien määrän suhteen. SanomaPron ja Editan kirjoissa käytännön

elämään liittyvien sovellustehtävien osuus jäi vajaaseen kahteenkymmeneen prosenttiin (SanomaPro 17,6% ja Edita 17,4%). Otavan oppikirjassa niitä puolestaan oli peräti 34,1% tutkitun aihealueen tehtävistä (taulukko 3). Ero Otavan oppikirjan eduksi oli merkittävä, sillä lukion opetussuunnitelmassa kerrotaan yhdeksi lyhyen matematiikan opetuksen tavoitteista, että opiskelija osaa käyttää matematiikkaa jokapäiväisessä elämässään (LOPS, 2015, 136).

Sekä SanomaPron että Editan oppikirjojen tehtävistä yli puolet oli yhden askeleen tehtäviä (SanomaPro 61,8% ja Edita 55,4%) (taulukko 3), joten alle puolet näiden oppikirjojen tehtävistä oli useamman askeleen tehtäviä. Otavan oppikirjassa puolestaan prosentuaaliset osuudet yhden ja useamman askeleen tehtävien välillä olivat karkeasti ottaen päinvastaiset. Siinä yhden askeleen tehtäviä oli 45,5% ja useamman askeleen tehtäviä 54,5% luokitelluista tehtävistä (taulukko 3). Opiskelijoiden olisi tärkeä tottua tekemään myös useamman askeleen tehtäviä, sillä valtaosa myös lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen tehtävistä on sellaisia.

Lähes kaikissa luokitelluissa tehtävissä oli annettu tarpeeksi lähtötietoja tehtävän ratkaisemiseksi. SanomaPron ja Editan oppikirjojen luokitelluissa harjoitustehtävissä ei ollut ainoatakaan tehtävää, joissa olisi ollut liian vähän tai ylimäärin lähtötietoja (taulukko 3). Otavan oppikirjassa 98,9%:ssa tehtävistä oli riittävästi lähtötietoja ja 1,1%:ssa tehtävistä oli ylimäärin lähtötietoja (taulukko 3).

Tehtävien esitystavassa SanomaPron ja Editan oppikirjat edustivat jälleen yhtenevää linjaa, josta Otavan oppikirja poikkesi. Tehtäviä, joissa esitystapa oli matemaattinen, löytyi SanomaPron oppikirjasta 33,8% ja Editan oppikirjasta 33,7% luokitelluista tehtävistä (taulukko 3). Otavan oppikirjassa vastaava osuus oli ainoastaan 12,5% (taulukko 3). Sanallisten tehtävien määrässä ei oppikirjojen välillä ollut kuitenkaan merkittävää eroa. SanomaPron oppikirjassa niitä on 22,1%, Otavan 21,6% ja Editan 23,9% prosenttia luokitelluista tehtävistä

(taulukko 3). Visuaalisten tehtävien prosentuaalinen osuus oli suurin Otavan oppikirjassa, jossa niitä oli 19,3% luokitelluista tehtävistä (taulukko 3).

SanomaPron ja Editan oppikirjoissa visuaalisia tehtäviä oli huomattavasti vähemmän (SanomaPro 7,4% ja Edita 7,6%) (taulukko 3). Loppujen tehtävien esitystapa oli yhdistelmä edellisistä. Yhdistelmätehtävien osuus luokitelluista tehtävistä oli SanomaPron oppikirjassa 36,8%, Otavan oppikirjassa 46,6% ja Editan oppikirjassa 34,8% (taulukko 3).

SanomaPron oppikirjassa jokaiseen luokiteltuun tehtävään oli merkitty, että se tehdään joko laskinta hyödyntäen tai ilman mitään apuvälineitä. Otavan ja Editan oppikirjoissa oli edellisten vaihtoehtojen lisäksi tehtäviä, joissa laskimen käyttöä tehtävän ratkaisussa ei kielletty, mutta sen käyttö ei myöskään ollut välttämätöntä. SanomaPron oppikirjassa laskimen kanssa tehtäviä harjoitustehtäviä oli 27,9% ja Otavan oppikirjassa 23,9%, kun taas Editan oppikirjan luokitelluista tehtävistä ainoastaan 5,4% oli laskinta vaativia tehtäviä (taulukko 3). SanomaPron ja Editan oppikirjoissa suurin osa tehtävistä oli tarkoitus tehdä ilman laskinta (SanomaPro 72,1% ja Edita 64,1%), kun taas Otavan oppikirjassa laskintehtäviä oli hiukan yli neljännes (27,3%) (taulukko 3). Loppuissa Otavan ja Editan oppikirjoissa olleista tehtävistä laskimen käyttöä ei ollut kielletty, mutta se ei ollut välttämätöntä.

5.3.3 Pitkän matematiikan 2. kurssin tehtävätyyppijakaumat verrattuna MAY1-kurssin tehtävätyyppijakaumiin

Taulukko 4. MAY1-kurssin oppikirjojen tehtävien luokittelun tulokset (Riiho & Salonen, 2017, 22).

TEHTÄVIEN LUOKITTELU	SanomaPro		Otava		Edita	
	kplmäärä (yht. 59)	%-osuus	kplmäärä (yht. 52)	%-osuus	kplmäärä (yht. 63)	%-osuus
Rutiini	35	59,3	19	36,5	47	74,6
Ei-rutiini	24	40,7	33	63,5	16	25,4
Perinteinen	45	76,3	19	36,5	47	74,6
Ei-perinteinen	14	23,7	26	50,0	12	19,0
Pulma	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Luomis	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Projekti	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Kirjoitus	0	0,0	7	13,5	4	6,3
Avoin	0	0,0	1	1,9	3	4,8
Suljettu	59	100,0	51	98,1	60	95,2
Sovellus	12	20,3	18	34,6	16	25,4
Ei-sovellus	47	79,7	34	65,4	47	74,6
Yhden askeleen tehtävä	48	81,4	45	86,5	55	87,3
Useamman askeleen tehtävä	11	18,6	7	13,5	8	12,7
Riittävästi lähtötietoja	59	100,0	52	100,0	63	100,0
Ylimääräisesti lähtötietoja	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Riittämättömästi lähtötietoja	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Matemaattinen esitys	1	1,7	0	0,0	6	9,5
Sanallinen esitys	12	20,3	12	23,1	11	17,5
Visuaalinen esitys	13	22,0	17	32,7	12	19,0
Yhdistelmä	33	55,9	23	44,2	34	54,0
Ei laskinta	40	67,8	30	57,7	48	76,2
Laskin	18	30,5	18	34,6	12	19,0
Ei väliä	1	1,7	4	7,7	3	4,8

MAY1-kurssin ja pitkän matematiikan toisen kurssin oppikirjojen tehtävätyyppijakaumissa oli eroavaisuuksia. Otavan oppikirjasarjassa siirryttäessä MAY1-kurssista toisen kurssiin, rutiinitehtävien prosentuaalinen osuus nousi 36,5%:sta 52,4%:iin. SanomaPron oppikirjoissa rutiinitehtävien osuus kuitenkin pysyi lähes ennallaan, mutta sen sijaan perinteisten tehtävien prosentuaalinen osuus väheni oppikirjoissa merkittävästi. SanomaPron MAY1-kurssin oppikirjassa yli kaksi kolmasosaa tehtävistä oli perinteisiä tehtäviä, mutta sen toisen kurssin oppikirjaan siirryttäessä niiden prosentuaalinen osuus tippui alle puoleen kaikista tehtävistä. SanomaPron oppikirjan perinteisiltä tehtäviltä vapautunutta jalansijaa ottivat ei-perinteiset tehtävät ja jopa projektitehtävät. Otavan oppikirjojen kohdalla puolestaan perinteisten tehtävien prosentuaalinen osuus nousi MAY1-kurssista, jossa niiden prosentuaalinen osuus olikin selvästi verrokkejaan pienempi.

Avoimien tehtävien prosentuaalinen osuus oli molempien kustantajien oppikirjoissa marginaalinen niin MAY1-kurssilla kuin pitkän matematiikan toisella kurssillakin. Niitä oli sekä SanomaPron että Otavan 2. kurssin kirjoissa muutama. MAY1-kurssin kirjoissa avoimia tehtäviä ei ollut SanomaPron oppikirjassa yhtään ja Otavan oppikirjassakin niiden prosentuaalinen osuus jäi 1,9%:iin. Myös sovellustehtävien prosentuaalinen osuus pysyi SanomaPron oppikirjoissa kurssien välillä lähes ennallaan, yli viidesosassa. Otavan oppikirjoissa niiden osuus puolestaan laski MAY1-kurssin reilusta kolmasosasta toisen kurssin 7,1%:iin.

MAY1-kurssilla sekä SanomaPron että Otavan oppikirjan tehtävistä yli 80% oli yhden askeleen tehtäviä, kun taas 2. kurssilla kummankin kustantajan oppikirjoissa niiden osuus oli pudonnut alle puoleen. Toiselle kurssille siirryttäessä yli puolet molempien kustantajien oppikirjojen tehtävistä oli siis useamman askeleen tehtäviä. MAY1-kurssia käsittelevässä tutkimuksessa oletettiin useamman askeleen tehtävien prosentuaalisen osuuden kasvavan seuraavien kurssien oppikirjoissa erityisesti pitkässä matematiikassa (Riiho & Salonen, 2017, 24) ja näin siis havaittiin käyneen.

MAY1-kurssilla molempien kustantajien oppikirjojen tehtävistä kaikissa oli annettu riittävästi lähtötietoja tehtävien ratkaisuun, eikä puutteellisilla tai ylimääräisillä lähtötiedoilla varustettuja tehtäviä niissä esiintynyt. Pitkän matematiikan toisen kurssin oppikirjoissa tilanne oli lähes vastaava. Poikkeuksen teki molempien kustantajien oppikirjoissa prosentuaalisesti hyvin pieni ylimäärin lähtötietoja sisältävien tehtävien joukko.

Matemaattisen ja visuaalisen esitystavan tehtävien prosentuaaliset osuudet vaihtoivat molempien kustantajien oppikirjoissa paikkojaan MAY1-kurssilta toiselle kurssille siirryttäessä. Siinä missä MAY1-kurssin oppikirjat eivät sisältäneet juuri lainkaan matemaattisen esitystavan tehtäviä, ne olivat toisen

kurssin oppikirjojen toiseksi yleisin tehtävätyyppi. Visuaalisen esitystavan tehtävien osuus sen sijaan putosi merkittävästi toiselle kurssille siirryttäessä. Tämä selittynee suurelta osin analysoitujen kurssien oppikirjojen toisistaan eroavilla aihealueilla. MAY1-kurssin oppikirjoista analysoitiin funktiota ja sen kuvaajaa käsittelevät tehtävät, joista useissa pyydettiin tulkitsemaan annetun funktion kuvaajaa. Monissa seuraavan kurssin oppikirjoista analysoiduissa toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevissä tehtävissä puolestaan ohjattiin ratkaisemaan annettu yhtälö, jolloin nämä tehtävät olivat esitystavaltaan matemaattisia. Sanallisten tai useampaa edellä mainittua elementtiä sisältävien tehtävien prosentuaalinen osuus pysyi SanomaPron ja Otavan oppikirjoissa melko samana molemmissa kursseissa.

Toisella kurssilla enemmistö kummankin oppikirjan tehtävistä ei ohjannut opiskelijoita teknisten apuvälineiden käyttöön, mutta ei myöskään kieltänyt sitä. MAY1-kurssin oppikirjoissa tällaisia tehtäviä ei juurikaan esiintynyt. Ilman laskinta ratkaistavien tehtävien osuus putosi huomattavasti kummankin kustantajan oppikirjoissa MAY1-kurssilta 2. kurssille siirryttäessä. SanomaPron oppikirjoissa osuus putosi 67,8%:sta 31,3%:iin ja Otavan oppikirjoissa 57,7%:sta 39,3%:iin. Tehtäviä, joissa teknisen apuvälineen käyttöä vaadittiin, oli MAY1-kurssin oppikirjoissa noin kolmannes, mutta toisen kurssin oppikirjoissa ne olivat selkeässä vähemmistössä. Osa näistä teknisten apuvälineiden käyttöön liittyvistä eroista selittyi oppikirjojen muuttuneella tyylillä ilmaista siitä. MAY1-kurssilla lähes kaikki tehtävät molempien kustantajien oppikirjoissa olivat selkeästi joko laskimella tai ilman sitä ratkaistavia. Nyt toisen kurssin oppikirjoissa laskimen käytön tarvetta ei ilmoitettu kaikissa tehtävissä, vaan opiskelijalle itselleen annettiin harkintavalta näiden tehtävien suhteen.

5.3.4 Lyhyen matematiikan 2. kurssin tehtävätyyppijakaumat verrattuna MAY1-kurssin tehtävätyyppijakaumiin

Myös MAY1-kurssin ja lyhyen matematiikan toisen kurssin oppikirjojen tehtävätyyppijakaumissa oli joitakin eroavaisuuksia. Kaikkien kolmen kustantajien, SanomaPron, Otavan ja Editan, oppikirjoissa rutiinitehtävien prosentuaalinen osuus oli pienempi MAY1-kurssilla kuin lyhyen matematiikan 2. kurssilla. Otavan oppikirjojen kohdalla ero oli ratkaisevin - MAY1-kurssin oppikirjassa niitä oli 36,5% tehtävistä, mutta toisen kurssin kirjassa osuus kasvoi 64,8%:iin. SanomaProlla rutiinitehtävien osuus lisääntyi yli 20 prosenttiyksikköä MAY1-kurssin 59,3%:sta 2. kurssin 79,4%:iin. Editan kohdalla jo MAY1-kurssin oppikirjassa lähes kolme neljäsosaa tehtävistä oli rutiinitehtäviä, joten siirtymä toisen kurssin 82,6%:iin jää melko pieneksi.

Perinteisten tehtävien prosentuaalisissa osuuksissa ei SanomaPron ja Editan oppikirjojen osalta ollut suuria eroavaisuuksia kahden tarkastelussa olleen kurssin välillä. Otavan oppikirjoissa niiden osuus sen sijaan nousi ensimmäisen ja toisen kurssin välillä 36,5%:sta 56,8%:iin. Toisen kurssin oppikirjoissa ei-perinteisten tehtävien kategoriasta esiintyi ainoastaan pulmatehtäviä, Otavan oppikirjan 1,1%:n kirjoitustehtävien osuutta lukuun ottamatta. Myös MAY1-kurssin oppikirjoissa suurin osa ei-perinteisistä tehtävistä oli pulmatehtäviä, mutta Otavan ja Editan oppikirjoissa joukossa esiintyi niiden lisäksi kirjoitustehtäviä.

Avoimien tehtävien määrä oli kaikkien kustantajien toisen kurssin oppikirjoissa melko lailla yhtä vähäinen kuin MAY1-kurssin kirjoissakin. Myös sovellustehtävien prosentuaalinen osuus pysyi SanomaPron ja Otavan oppikirjoissa lähes entisellään. Editan oppikirjojen kohdalla tapahtui kuitenkin muutaman prosenttiyksikön pudotus. Niissä sovellustehtävien osuus laski 25,4%:sta 17,4%:iin.

Useamman askeleen tehtävien prosentuaalinen osuus oli MAY1-kurssin oppikirjoissa melko vähäinen. SanomaPron MAY1-kurssin oppikirjassa niitä oli eniten, 18,6% luokitelluista tehtävistä. Otavan MAY1-kurssin oppikirjassa puolestaan 13,5% ja Editan oppikirjassa 12,7% luokitelluista tehtävistä vaati ratketakseen useamman välivaiheen. Suurimman harppauksen toisen kurssin oppikirjoihin siirryttäessä teki Otava. Sen oppikirjojen välillä useamman askeleen tehtävien osuus kasvoi yli 40 prosenttiyksikköä ollen 2. kurssin oppikirjassa 54,5%:ia. SanomaPron toisen kurssin oppikirjan tehtävistä 38,2% on useamman askeleen tehtäviä ja Editan toisen kurssin oppikirjan vastaava osuus on 44,6%, joten myös niissä useamman askeleen tehtävien prosentuaalinen osuus kasvoi huomattavasti.

MAY1-kurssin kaikkien oppikirjojen analysoiduista tehtävistä jokaisessa oli annettu riittävästi lähtötietoja tehtävän ratkaisemiseksi. Sama kaava jatkui toisenkin kurssin oppikirjoissa - ainoastaan Otavan oppikirjan tutkitun aihepiirin tehtävissä oli yksi ylimäärin lähtötietoja sisältävä tehtävä. Sen sijaan tehtävien esitystavoissa MAY1-kurssin ja toisen kurssin oppikirjojen välillä oli radikaali ero. MAY1-kurssin oppikirjoissa ei ollut juurikaan matemaattisen esitystavan tehtäviä. SanomaPron ja Editan 2. kurssin oppikirjoissa puolestaan yli kolmasosassa ja Otavan oppikirjassakin kahdeksasosassa tutkitun aihepiirin tehtävistä oli matemaattinen esitystapa. Visuaalisen esitystavan tehtävien prosentuaalinen osuus sen kuitenkin väheni toiselle kurssille siirryttäessä. Nämä erot selittyvät osin kurssien eri tyyppisillä aihealueilla. Tehtäviä, joissa on sanallinen esitystapa, oli molempien kurssien oppikirjoissa lähes yhtenevä osuus.

Otavan MAY1-kurssin oppikirjassa 57,7% tehtävistä oli tarkoitus ratkaista ilman teknisiä apuvälineitä. Toiselle kurssille siirryttäessä pudotus oli peräti 30 prosenttiyksikköä. Hiukan yli neljännes Otavan toisen kurssin oppikirjan tehtävistä tuli siis ratkaista ilman laskinta. Editan oppikirjoissa pudotus oli

maltillisempi, osuus tippui 76,2%:sta 64,1%:iin. SanomaPron molempien kurssien oppikirjoissa tehtävien jakautuminen laskimen käytön suhteen oli lähes samanlainen.

6 Luotettavuus

Tehtävien luokittelu tehtävätyyppeihin oli minulle jo entuudestaan tuttua, sillä olin tehnyt vastaavaa luokittelua Opettaja työnsä tutkijana-seminaarityössäni (MAY1-kurssilla käytetyn oppikirjan vaikutus valintaan pitkän ja lyhyen matematiikan välillä, 2017). Tehdessäni seminaarityötä yhdessä Ella-Majlis Salosen kanssa, keskustelimme yksityiskohtaisesti tehtävätyyppiluokista ja olimme luokittelun suhteen yksimielisiä. Pystyin siis vaikeuksitta luokittelemaan 2. kurssin oppikirjojen tehtäviä samojen perusteiden mukaan kuin seminaarityössäni. Tältä kannalta katsottuna MAY1-kurssin ja 2. kurssien oppikirjojen välisiä tehtävätyyppijakaumia voidaan vertailla luotettavasti. Toisaalta niiden aihealueet poikkeavat toisistaan ja sen seurauksena jakaumissa saattaa ilmetä näistä poikkeamista aiheutuvia eroja.

Eri kirjasarjojen saman kurssin tehtävien luokittelun tuloksia voidaan perustellusti vertailla keskenään, sillä tehtävien aihealueet ovat tällöin samat. Pientä epätarkkuutta tuloksiin aiheuttaa se, että 2. kurssissa luokiteltujen aihepiirien tehtävät ovat eri kustantajien oppikirjoissa vaihtelevassa järjestyksessä. Myös lyhyen ja pitkän oppimäärän saman kurssin oppikirjoja voidaan melko totuudenmukaisesti vertailla keskenään. Tässä tarkastelussa tosin ongelmia saattaa aiheuttaa lyhyen matematiikan suppeampi sisältö, jolloin vertaillaan keskenään kahta hiukan aihealueiltaan poikkeavaa oppikirjaa. Esimerkiksi toisen asteen epäyhtälöä ei käsitelty tutkituissa lyhyen matematiikan 2. kurssin oppikirjoissa, mutta se on kuitenkin mukana pitkän matematiikan oppikirjojen luokitelluissa tehtävissä.

Luokittelin tehtävätyyppeihin ainoastaan toisen asteen polynomifunktiota, toisen asteen yhtälöä ja toisen asteen epäyhtälöä käsittelevien alalukujen tehtävät. On hyvin todennäköistä, että sama tyyli jatkuu läpi kunkin kustantajan oppikirjan ja sen myötä luokitelluista tehtävistä saatu tehtävätyyppijakauma vastaa koko

oppikirjan tehtävätyyppijakaumaa. Täyttä varmuutta asiasta ei kuitenkaan saada luokittelematta kaikkia tehtäviä, joten tämä pieni epävarmuustekijä tulee ottaa huomioon tuloksia tarkasteltaessa.

Opiskelijat tekevät oppikirjan harjoitustehtäviä usein hyvin valikoidusti. Tehtyihin tehtäviin vaikuttavat voimakkaasti kunkin opiskelijan harjoitusta vaativat aihealueet sekä opettajan antamat tunti- ja kotitehtävät. Yksittäisen opiskelijan tekemien harjoitustehtävien tehtävätyyppijakauma saattaa siis erota huomattavasti koko oppikirjan jakaumasta.

7 Pohdintaa

Jo ennen tekemääni tehtävien luokittelua uskoin, että matematiikan 2. kurssien oppikirjoissa olisi hyvin marginaalinen osuus avoimia tehtäviä sekä riittämättömästi tai ylimäärin lähtötietoja sisältäviä tehtäviä. Pohjasin uskomukseni MAY1-kurssin oppikirjojen tehtävätyyppijakaumiin (Riiho & Salonen, 2017), joiden tilanne olikin tältä osin lähes identtinen seuraavan kurssin kanssa. Erityisesti lyhyen matematiikan opiskelijoille olisi kuitenkin tärkeä tarjota avoimia ja riittämättömästi tai ylimäärin lähtötietoja sisältäviä tehtäviä, sillä arkielämämme on täynnä näitä ongelmia. Tästä huolimatta oletan myös tulevien kurssien oppikirjojen sisältävän vain erittäin pienen osuuden avoimia ja riittämättömästi tai ylimäärin lähtötietoja sisältäviä tehtäviä.

Selkeä muutos MAY1-kurssin ja 2. kurssien välillä tapahtui Otavan sekä lyhyen että pitkän matematiikan oppikirjojen tehtävätyyppijakaumissa. MAY1-kurssin jakaumaan verrattuna 2. kurssien oppikirjojen perinteisten ja rutiinitehtävien osuus lisääntyi merkittävästi. Kaikkien kustantajien oppikirjoille yhteinen muutos oli useamman askeleen tehtävien prosentuaalisen osuuden merkittävä kasvu MAY1-kurssilta 2. kurssille siirryttäessä. Odotettavissa olikin, että useamman askeleen tehtävät valtaavat osuutta yhden askeleen tehtäviltä, mitä lähempänä yo-koetta opiskeltavasta kurssista on kyse. Oletan seuraavien kurssien oppikirjoissa useamman askeleen tehtävien osuuden olevan yhä suurempi.

Opettaja ei voi luottaa siihen, että kaikkien kustantajien oppikirjoissa tehtävätyyppijakauma ja tyyli säilyisivät samana läpi koko lukion oppimäärän. Kun valitaan MAY1-kurssille tietyn kustantajan oppikirja hyvän tehtävätyyppijakauman tai asioiden esitystyylin perusteella, ei ole varmuutta ovatko nämä samat ominaisuudet myös seuraavien kurssien oppikirjoissa. Mikäli käytössä olevan oppikirjan tehtävätyyppijakauma ei ole tarpeeksi kattava, opettajan olisi hyvä poimia opiskelijoille tehtäväksi eri tehtävätyyppiluokkiin

sijoittuvia harjoitustehtäviä. Tämä voi tapahtua esimerkiksi joko valikoimalla sopivia harjoitustehtäviä käytössä olevasta oppikirjasta tai etsimällä niitä muista lähteistä.

Eveliina Hietakymi tutki GeoGebran soveltumista matematiikan ylioppilaskokeisiin ja havaitsi siinä olevan runsaasti ylioppilaskokeessa tarvittavia toimintoja melko helppokäyttöisessä muodossa (Hietakymi, 2014). Sähköistyvissä matematiikan ylioppilaskokeissa Geogebbran käyttötaito on suuri etu joidenkin tehtävien ratkaisemiseen. Otavan oppikirjojen digijohdannoissa ja apletin avulla tehtävissä harjoitustehtävissä hyödynnettiin GeoGebran yksinkertaisia toimintoja. Muiden kustantajien oppikirjoissa sen käyttöön ei erityisesti ohjattu. Näkemykseni mukaan oppikirjojen olisi siis välttämätöntä johdattaa opiskelijoita GeoGebran käyttöön esimerkiksi tarjoamalla sitä monipuolisesti hyödyntäviä tehtäviä.

Myös kielentämis- eli kirjoitustehtävät olisivat hyvä lisä matematiikan oppikirjoihin. Tutkimistani 2. kurssin oppikirjoista ainoastaan Otavan oppikirjoissa oli kirjoitustehtäviä - tosin niissäkin osuus oli marginaalinen. Muiden kustantajien oppikirjoissa ei luokittelemieni tehtävien joukossa ollut ainuttakaan kirjoitustehtävää. Niiden puuttuminen on selvästi yleinen ilmiö, sillä myös Candia Morgan havaitsi, että useimpien matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisuna on ainoastaan laskulauseke, laskutoimitukset ja tulos tai vain yksi näistä (Morgan, 2001, 232). Kielentämistehtävät ovat kuitenkin perusteltuja, sillä ne auttavat jäsentämään tehtävän tekijän ajatuksia. Kielentämisen avulla matematiikka tuodaan lähemmäs tehtävän tekijän kokemusmaailmaa ja arkielämää, jolloin se saattaa opiskelijasta tuntua kiinnostavammalta ja tarpeellisemmalta (Morgan, 2001, 235). Kielentämistehtävien osuuden oppikirjoissa ei kuitenkaan tarvitsisi olla suuri, sillä kaikkia opiskelijoita ne eivät palvele. Huomioon täytyy ottaa myös opiskelijan kielelliset taidot sekä asenteet kirjoittamista kohtaan (Morgan, 2001,

235). Mikäli opiskelija kokee kirjoittamisen vaikeana ja epämieluisana, kielentämistehtävät saattavat muuttaa hänen asenteensa matematiikkaa kohtaan sellaiseksi.

Jatkotutkimusaiheeksi ehdotan lyhyen ja pitkän matematiikan muidenkin kurssien tehtävien luokittelua. Olisi mielenkiintoista selvittää tehtävätyyppijakauman kehitys kunkin kustantajan oppikirjoissa ja sen myötä havaita, jatkavatko oppikirjat edes pääpiirteissään ensimmäisissä kursseissa valitsemaansa linjaa. Lisäksi voisi vertailla kurssikohtaisesti eri kustantajien oppikirjojen eroavaisuuksia, kuten tässä tutkielmassa vertailin 2. kurssien oppikirjoja ja aiemmin MAY1-kurssin oppikirjoja. Mielenkiintoista olisi myös selvittää lyhyen ja pitkän matematiikan oppikirjojen tehtävätyyppijakaumien erot koko oppimäärän laajuudessa. Tutkimus opiskelijoiden käyttämän matematiikan oppikirjasarjan vaikutuksesta heidän matematiikan yo-koetuloksiin olisi myös kiinnostusta herättävä. Tuloksia voisi peilata kunkin kustantajan oppikirjasarjan tehtävätyyppijakaumiin ja muihin ominaisuuksiin.

Lähteet

Analysoidut oppikirjat

Ekonen, Hassinen, Hemmo, Taskinen (2016): Tekijä, Lyhyt matematiikka 2, Lausekkeet ja yhtälöt. Helsinki: SanomaPro Oy.

Etelämäki, Hirvonen, Nieminen, Pösö (2016): Summa 2, Lausekkeet ja yhtälöt. Helsinki: Edita.

Halinen, Kurvinen, Ottelin, Parmanen, Tauriainen, Vallineva (2017): Huippu 2, Lausekkeet ja yhtälöt. Helsinki: Otava.

Heiskanen, Kaakinen, Lehtinen, Lehtonen, Leikas, Tahvanainen (2016): Tekijä, Pitkä matematiikka 2, Polynomifunktiot ja yhtälöt. Helsinki: SanomaPro Oy.

Hähkiöniemi, Juhala, Juutinen, Louhikallio-Fomin, Luoma-aho, Raittila, Tikka (2017): Juuri 2, Polynomifunktiot ja yhtälöt. Helsinki: Otava.

Kirjallisuus

Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2010). Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa Niemi, E. & Metsämuuronen, J. (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät?: Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Helsinki: Opetushallitus, 143, 146.

Blomqvist, S. (2013). Lukiolaisten perusteluja matematiikan oppimäärän valinnalle. Pro gradu-tutkielma. Kasvatustieteiden yksikkö. Tampere: Tampereen yliopisto, 34-37.

Heinonen, J. (2005). Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit: Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä

opetuksessa. Väitöskirja. Käyttätymistieteellinen tiedekunta. Helsinki: Helsingin yliopisto, 6.

Hietakymi, E. (2014). Matematiikan sähköinen ylioppilaskoe ja GeoGebra sen työvälineenä. Pro gradu -tutkielma. Matematiikan ja tilastotieteen laitos. Helsinki: Helsingin yliopisto.

Kaleva 23.4.2016. Pitkä matematiikka edelleen suosittu lukiossa. Värri, K.

Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. (1999). Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta - haaste oppikirjoille. Suomen kasvatustieteellinen aikakausikirja 30:5, 2. artikkeli. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos, 436.

Minkkinen, J. & Pehkonen, E. (2007). Reasons for pupils course selection in high school mathematics. Teoksessa Hoskonen, K. & Hannula, M. S. (toim.) Current state of research on mathematical beliefs XII: Proceedings of the MAVI-7 [i.e. MAVI-12] Workshop, May 25-28, 2006. Helsinki: Yliopistopaino, 143.

Morgan, C. (2001). The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics. Teoksessa P. Gates (toim.) Issues in mathematics teaching. London: RoutledgeFalmer, 232, 235.

Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015. Helsinki: Opetushallitus, 131, 136.

Piironen, J. (2013). Lukion pitkän matematiikan opettajien näkemyksiä oppikirjan käytöstä opetuksessa. Pro gradu-tutkielma. Fysiikan ja matematiikan laitos. Joensuu: Itä-Suomen yliopisto, 35.

Riiho, K. & Salonen, E. (2017). MAY1-kurssilla käytetyn oppikirjan vaikutus valintaan pitkän ja lyhyen matematiikan välillä: Kolmen eri kustantajan MAY1-kurssin oppikirjan lyhyt analyysi ja funktioaiheisten tehtävien luokittelu. Opettaja työnsä tutkijana-seminarityö. Helsinki: Helsingin yliopisto.

Salmi, T. (2015). Sähköinen ylioppilaskirjoitus ja sen vaikutus matematiikan opetukseen matematiikan opettajien näkökulmasta. Pro gradu-tutkielma. Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta. Helsinki: Helsingin yliopisto. 16

Törnroos, J. (2004). Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset - seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino, 32, 154-157.

Zhu Yan & Fan Lianghuo (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 609-626.